

$\times \div x^2 \sqrt{\quad}$

Matemáticas de la manera más sencilla

Mitades y Dobles

El método Anlehu para calcular

Rodolfo A. Anlehu Zapata





Rodolfo Arturo Anlehu Zapata

Egresado como ingeniero civil de la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Rodolfo Arturo Anlehu Zapata ha forjado una trayectoria profesional marcada por la excelencia técnica, el compromiso social y la innovación en el ámbito de la construcción sustentable. Complementó su formación con la maestría en Auditoría por el Instituto de Administración Pública de Tabasco, y la Certificación Internacional por The Kellogg School of Management, de la Northwestern University, en Chicago Illinois, USA., lo que le permitió integrar una visión crítica y estratégica en la supervisión de obras públicas. Además, obtuvo certificaciones clave como la de supervisión de construcción de vivienda por AENOR y formación como consultor financiero en vivienda por NAFIN.

En colaboración con Itaca Proyectos Sustentables, desarrolla proyectos emblemáticos destacados como el Centro Gerontológico de Tabasco, el Centro de Rehabilitación y Educación Especial (CREE), el Hospital Regional de Alta Especialidad “Dr. Gustavo A. Roviroso Pérez” así como los Mercados Ganaderos

para la UNAM. Estas obras no sólo han sido reconocidas por su belleza y funcionalidad, sino también por su enfoque en la sustentabilidad, obteniendo galardones tales como: el Premio CEMEX (2010), El SEER de Eficiencia Energética (2013) y la Medalla de Plata en la Biental de Arquitectura Regional (2016).

Su trayectoria en la función pública la ha desarrollado en instituciones como el Tribunal Superior de Justicia, la SOTOP, el Instituto de Vivienda de Tabasco y el INFONAVIT, donde ha fungido como perito verificador. Ha ocupado cargos de alto nivel, entre ellos Subdirector de Supervisión y Control de Obras, Director General de Organización Social y Vivienda Rural en SEDATU, y Subsecretario de Auditoría a la Obra Pública en la Secretaría de la Función Pública de Tabasco.

Como consultor, ha colaborado con el Banco Interamericano de Desarrollo y la Agencia Danesa de Energía, aportando su experiencia en protocolos de verificación de obra y eficiencia energética. Su pensamiento crítico y visión integral lo han llevado a compartir sus conocimientos en conferencias académicas, destacando su participación en la UNACAR y el Instituto Tecnológico de la Construcción.

Rodolfo Arturo Anlehu Zapata se distingue por su capacidad de transformar la infraestructura pública en espacios dignos, eficientes y sostenibles, siempre con una mirada puesta en el bienestar social. Y a esta destacada trayectoria profesional en el ámbito de la ingeniería, se suma su interés genuino en la enseñanza de las matemáticas en las etapas iniciales de la educación, del cual el presente libro es su expresión más objetiva.

$\times \div x^2 \sqrt{\quad}$

Matemáticas de la manera más sencilla

Mitades y Dobles

El método Anlehu para calcular

C O L E C C I Ó N

HÉCTOR OCHOA BACELIS

Textos de Enseñanza de Ciencias Básicas

Guillermo Narváez Osorio
Rector

$\times \div x^2 \sqrt{\quad}$

Matemáticas de la manera más sencilla

Mitades y Dobles

El método Anlehu para calcular

Rodolfo A. Anlehu Zapata



UNIVERSIDAD JUÁREZ
AUTÓNOMA DE TABASCO

Primera edición, 2025

D. R. © Universidad Juárez Autónoma de Tabasco
Av. Universidad s/n, Zona de la Cultura
Colonia Magisterial, C.P. 86040
Villahermosa, Centro, Tabasco

Para su publicación esta obra fue aprobada por el sistema de “revisión abierta” por pares académicos. Los juicios expresados son responsabilidad del autor.

Queda prohibida la reproducción parcial o total del contenido de la presente obra sin contar previamente con la autorización expresa y por escrito del titular, en términos de la Ley Federal del Derecho de Autor.

Diagramación y portada: Fernando Ramos Bedoy

ISBN: 978-607-606-724-6

Hecho en Villahermosa, Tabasco, México.

*Mi agradecimiento y eterno amor a Trini,
mi madre, quien me señaló las estrellas
y me educó a tratar de alcanzarlas...*

Dedico este libro a:

*Elsy, un ser de luz, el amor de mi vida
y gran compañera, por su infinita paciencia
y apoyo incondicional.*

Mis hijas, “las Gabrielas”: Lola, Elsy y Anna.

*A mi papá, mis hermanos los gemelos
Vico y Vicky y a mis abuelos “los yoyos”,
que les hubiera gustado leer este libro.*

Mi hermana Natasha, que espero lo lea.

*A mis nietos: Renata, Clemente y Carlota,
a los que les leeré este libro.*

En memoria de:

*Mis hermanos, los gemelos Vico y Vicky,
por acompañarme en este viaje de vida.*

*A mi suegro, don René Castellanos Domínguez,
“Papayi”, cuya sombra siempre abrigó a mi familia.*

Gracias...

Contenido

Prólogo.....	7
Introducción.....	9
Bases.....	11
Metas.....	12
Estrategias	12
Multiplicación \times	13
División \div	54
Números cuadrados x^2	88
Raíz cuadrada $\sqrt{\quad}$	106
Conclusión	111

Prólogo

No es tu culpa. La razón por la que te la pases batallando con las matemáticas es simple... Hemos sido engañados.

Te dieron las herramientas erróneas para hacerlo. Estas “técnicas modernas” que te enseñaron en la escuela en realidad lo único que hacen es retenerte y frenar tu desempeño. Este sistema es completamente diferente y muy superior a los métodos que usamos actualmente hoy en día. Desgraciadamente la mayoría de la gente nunca ha oído de esto. Sigues batallando con un método antinatural, obsoleto y confuso. Como resultado tú te encuentras en una de estas categorías:

- 1.-Crees que simplemente no eres bueno en matemáticas y buscas una calculadora cada vez que necesitas una operación.
- 2.-Puedes hacer algunos cálculos mentales, pero te sientes bloqueado y no puedes avanzar

No es sorpresa para nadie, que nuestro país ocupe los últimos lugares en educación y no voy a mencionar las matemáticas, para no pasar por una peor vergüenza.

Datos estadísticos de la ONU y de la SEP nos confirman nuestros temores y vuelven reales nuestras peores pesadillas.

Esta tragedia se debe principalmente a que nuestras autoridades educativas, no se han preocupado por mejorar las bases.

La base de las matemáticas es la aritmética.

Todos tenemos problemas recordando las tablas de multiplicar, principalmente las del 7, 8 y 9.

Por una sencilla razón, nos obligaron a memorizar las tablas de multiplicar, y si algo le falla al ser humano, es la memoria, si a esto le sumas que, mientras más viejos nos volvemos, menos confiable es la memoria.

Este método está basado en el sentido común, la observación y el análisis. Es práctico y muy sencillo.

No prometo volverlos genios, pero sí facilitarles el camino de los números.

Introducción

En 1980 estudiaba la preparatoria en Charleston Catholic High School, en Charleston, West Virginia, U.S.A. y tuve la oportunidad de encontrarme con un sistema revolucionario, al menos para mí, desgraciadamente, debido a mi corta edad (18 años), no tuve la visión de las ventajas que podía obtener aprendiéndolo y cuando lo intenté adquirir era un curso completo bastante caro. Años después encontré el libro *Matemagic* (la versión corta de este método), de Scott Flansburg.

Estas técnicas son viejas, contrariamente a lo que podemos creer, andan circulando desde la década de los sesenta y algunas desde el siglo XV, lo que sucede es que las hemos ignorado.

Existe un libro que tuve la fortuna de encontrar y me lo regalaron: *Matemáticas modernas para escuelas primarias*, publicado por Publicaciones Cultural S.A., editado en 1974. Este era el libro de texto base para las escuelas normalistas y en él se encuentra la caja de multiplicar; lo increíble es que, en algún momento de nuestra historia, abandonamos este método, lo cual es un error catastrófico, ya que es excelente herramienta para multiplicar números y también ecuaciones,

Esto es lo que provocó en mí un gran malestar, fuimos engañados por el sistema escolar. Como padre de tres hijas, sufrí junto a ellas, la frustración del sistema educativo “moderno”, ya que fueron obligadas, al igual que yo, a **memorizar** las famosas tablas de multiplicar, a dividir y calcular raíces cuadradas de la manera más difícil.

Existe un dicho que más o menos reza así:

Las letras a golpes entran, y si los números te quieres grabar, hay que sangrar.

Triste crueldad, pero es una realidad y así nos educaron a la gran mayoría de los integrantes de las generaciones X; (los nacidos entre 1961 y 1981) y los *baby boomers*, (nacidos en la posguerra, entre 1945 y 1960), con esta filosofía. A Golpes.

Después de leer el libro *Matemagic*, comprendí que vivíamos en el error, o mejor dicho, en el horror, y me di a la tarea con gran avidez de estudiar a fondo todo lo referente a las técnicas alternativas de matemáticas. Afortunadamente existe gente en el mundo que está consiente de este problema y se han dedicado a tratar de corregirlo; estas técnicas, en su mayoría tienen origen en un sistema desarrollado hace miles de años en la India, por una civilización ancestral; los Vedas, las matemáticas Vedas son la base de todas estas técnicas simples y poderosas.

El personaje principal en esta historia es Jakow Trachtenberg, un ingeniero ruso que desarrolló su método mientras Hitler lo tenía preso en un campo de concentración. Es el fundador del Instituto Matemático de Zúrich, en Suiza.

Estudí el libro *El sistema rápido de matemáticas básicas de Trachtenberg*, pero me di cuenta de que sus fórmulas son complicadas y difíciles de memorizar.

A la par estudié otras decenas de libros similares, al grado que se volvió una obsesión, porque mientras más estudiaba, y comprendía la sencillez y rapidez de estos métodos, más me molestaba que las autoridades educativas no se tomaran la molestia de implementarlas en los sistemas educativos, por lo que me di a la tarea de enseñárselos a mis hijas y a sus amiguitas, con excelentes resultados, las cuales empezaron a mejorar sus calificaciones y con ello su autoestima.

1° Les enseñé a contar con los dedos y a multiplicar con las manos.

2° El sistema de mitades y dobles, para multiplicar.

3° A dividir mediante sumas o restas.

4° A elevar números al cuadrado.

5° Y finalmente a sacar raíces cuadradas.

Esto no fue fácil, pues nos encontramos con la resistencia e incomprensión de las maestras, directoras y funcionarios de las escuelas que no aceptaban la manera en que se hacían las operaciones y la forma de llegar a las soluciones, las cuales se hacen más rápido y en menos pasos. Tuve en varias ocasiones que asistir a la escuela a defender los exámenes de “mis alumnas” y explicar a los maestros estas técnicas para lograr su aceptación y conservar de alguna manera las buenas calificaciones obtenidas en el examen. Después de estas pláticas o discusiones los maestros terminaban aceptando lo inevitable y en varias ocasiones adoptándolas para futuras clases.

Cuando crecemos con la dificultad del aprendizaje y frustrados por los sistemas tradicionales de enseñanza de las matemáticas, nos formamos un rechazo interno hacia la materia; el solo escuchar la palabra matemáticas nos provoca malestar, por lo que entramos a la clase predispuestos a que no nos gusta y, por lo tanto, no es fácil de asimilar o aprender lo que nos intentan enseñar. Pero sí, por el contrario, le decimos al alumno que esto es muy fácil y sencillo y se lo demostramos de una manera lógica y práctica, ese rechazo desaparece y al descubrir que las matemáticas son fáciles, se aprende rápido, porque no hay mucho que memorizar, sino solo entender cómo funciona; una vez que aprenden el camino, el recorrido es un paseo por el campo, los alumnos ganan autoestima casi inmediatamente y se vuelven “buenos” en matemáticas, sus amigos los ven con admiración y ellos sienten la diferencia.

Bases:

Para poder avanzar y aprender este método será necesario que aprendamos cuatro pasos indispensables:

- Sumar de izquierda a derecha
- Tabla del 2 o sacar dobles
- Calcular mitades
- Practicar

Metas:

Este curso no los volverá genios en matemáticas y tampoco se aprende de la noche a la mañana, les puedo enseñar las técnicas, explicárselas, tan claras como sea posible, y encausarlos para hacerlo placentero, pero solo ustedes deciden el tiempo que van a invertirle en practicar, lo cual es inevitable.

Les garantizo que al final del curso ustedes serán capaces de multiplicar, dividir, elevar números al cuadrado, calcular raíces cuadradas etc., de maneras tan sencillas que se sorprenderán, solo tienen que practicar y creer en la técnica.

Ustedes deben ser más rápidos que yo, porque tienen los viejos vicios menos arraigados. Estas técnicas por sí solas nos permiten un pequeño ahorro de tiempo, pero al usarlas juntas el ahorro es notable.

El uso de este sistema nos permite abrir la mente, ejercitarla, y al usarla constantemente evitamos enfermedades mentales. Está comprobado que las personas que son bilingües y que viven ejercitando la mente con operaciones matemáticas con simples sumas y restas, están menos expuestos a enfermedades mentales, como el mal de Alzheimer, demencia senil y también se recuperan más fácilmente de los infartos cerebrales.

Existen 5 estrategias básicas:

- Descomponer los números
- Hacer los números fáciles
- Sustituir
- Compensar
- Y ser creativos

Después de muchos años de estudiar y practicar estas técnicas llegué a la conclusión de que el método Trachtenberg todavía era complicado, me di cuenta que sus fórmulas son muy largas y complejas y noté que solo se limita a la multiplicación, no existe ningún método para dividir, por lo que desarrollé este método que nombré “Mitades y dobles”, más sencillo y rápido. Y se basa en simples sumas y restas, las cuales las presento a continuación.



Multiplicación

Este método está basado en la forma más simple de multiplicar, es producto del razonamiento, la lógica y el análisis. Busca la manera más sencilla de realizar el trabajo y de llegar al resultado.

Para empezar, debemos de entender lo que es la multiplicación.

La multiplicación es la suma pero empoderada, o sea una suma con esteroides. Es el hermano mayor de la suma.

Lo que se pretende es poder multiplicar sin la necesidad de utilizar las tablas de multiplicación, y mucho menos memorizarlas. La única forma de poder realizar es mediante sumas.

A este sistema se le denomina **Multiplicación diádica**, y es la manera de multiplicar reduciendo las operaciones a simples sumas. Este método matemático fue ampliamente usado en el antiguo Egipto.

Para poder hacerlo necesitamos saber, y sobre todo practicar dos habilidades;

la 1ª Sacar dobles o multiplicar por 2

la 2ª Sacar mitades o dividir entre 2

Esta última sí requiere cierto grado de destreza, habilidad y practica, mucha practica, pero una vez que dominemos estas dos habilidades, las operaciones matemáticas se nos facilitarán enormemente, ya que con mitades, dobles, sumas y restas podremos multiplicar, dividir, elevar números al cuadrado y calcular raíces cuadradas.

Debemos entender que nuestro sistema es decimal, es decir, que está basado en el número 10, esto se debe a que tenemos 10 dedos



en las manos y que los hemos usado, según los antropólogos, para contar desde el inicio de la civilización.

Por lo que tenemos 10 dígitos que van del 1 al 10.

1, 2, 3, 4, **5**, 6, 7, 8, 9, 10

los números que a nosotros realmente nos interesan son:

el **1, 2** y **5** (Remarcados).

Ahora debemos aprender cuáles son los componentes de la multiplicación:

Por ejemplo: $7 \times 12 = 84$

El número 7 es el **multiplicador**.

El número 12 es el **multiplicando**.

Ambos números son **factores**.

El número 84 es el **resultado** o **producto**

También necesitamos saber que la multiplicación tiene una propiedad, la **conmutativa** y lo que significa es que el orden de los factores no altera el producto. Esto quiere decir que es lo mismo decir 7×12 que 12×7 y el resultado es el mismo.

La base de nuestro método “Mitades y Dobles”, son 3 números:

El **1**, u Original o la unidad, el cual es el multiplicando.

El **2**, o un doble del original y

El **5**, o la mitad del original.

Nota: El original es el multiplicando, o sea el número que vamos a multiplicar.



Con estos 3 números podemos realizar cualquier operación con solo sumarlos y combinándolos, no es necesario que conozcamos o memoricemos las tortuosas tablas de multiplicar.

La siguiente tabla nos puede ayudar a entender la mecánica del método.

No.	Doble	Mitad	$\frac{1}{2} \times 10$
1	2	0.5	5
2	4	1	10
3	6	1.5	15
4	8	2	20
5	10	2.5	25
6	12	3	30
7	14	3.5	35
8	16	4	40
9	18	4.5	45
10	20	5	50

La idea básica es descomponerlos en su forma más elemental y acomodarlos como mejor nos convenga.



Ejemplos:

Doble de:

$$\begin{array}{r} 12 = \text{doble de } 10 = 20 \\ + \text{ doble de } 2 = \underline{4} + \\ 24 \end{array}$$

Doble de:

$$\begin{array}{r} 93 = \text{doble de } 90 = 180 \\ + \text{ doble de } 3 = \underline{6} + \\ 186 \end{array}$$

Doble de:

$$\begin{array}{r} 47 = \text{doble de } 40 = 80 \\ + \text{ doble de } 7 = \underline{14} + \\ 94 \end{array}$$

Doble de:

$$\begin{array}{r} 18 = \text{doble de } 10 = 20 \\ + \text{ doble de } 8 = \underline{16} + \\ 36 \end{array}$$

Doble de:

$$\begin{array}{r} 27 = \text{doble de } 20 = 40 \\ + \text{ doble de } 7 = \underline{14} + \\ 54 \end{array}$$

Doble de:

$$\begin{array}{r} 66 = \text{doble de } 60 = 120 \\ + \text{ doble de } 6 = \underline{12} + \\ 132 \end{array}$$



Ejemplos:

Mitad de: $12 = \text{mitad de } 10 = 5$
 $+ \text{ mitad de } \frac{2=1}{6} +$

Mitad de: $33 = \text{mitad de } 30 = 15$
 $+ \text{ mitad de } \frac{3=1.5}{16.5} +$

Mitad de: $47 = \text{mitad de } 40 = 20$
 $+ \text{ mitad de } \frac{7=3.5}{23.5} +$

Mitad de: $61 = \text{mitad de } 60 = 30$
 $+ \text{ mitad de } \frac{1=0.5}{30.5} +$

Mitad de: $75 = \text{mitad de } 70 = 35$
 $+ \text{ mitad de } \frac{5=2.5}{37.5} +$

Mitad de: $99 = \text{mitad de } 90 = 45$
 $+ \text{ mitad de } \frac{9=4.5}{49.5} +$

Mitad de: $87 = \text{mitad de } 80 = 40$
 $+ \text{ mitad de } \frac{7=3.5}{43.5} +$





En caso de que se les dificulte calcular la mitad de números nones o impares (1, 3, 5, etc.) resten uno al número para volverlo un número par, calculen la mitad y añadan 0.5 (que es la mitad de 1, el número que restaron) al final.

Ejemplos:

Mitad de: $33 = 33 - 1 = 32$ (calculamos la mitad de 32)
 mitad de $30 = 15$
 $+ \text{ mitad de } 2 = \underline{1} +$
 (al resultado le sumamos 0.5) $16 + 0.5 = 16.5$

Mitad de: $61 = 61 - 1 = 60$ (calculamos la mitad de 60)
 mitad de $60 = \underline{30}$
 (al resultado le sumamos 0.5) $30 + 0.5 = 30.5$

Mitad de: $75 = 75 - 1 = 74$ (calculamos la mitad de 74)
 mitad de $70 = 35$
 $+ \text{ mitad de } 4 = \underline{2} +$
 (al resultado le sumamos 0.5) $37 + 0.5 = 37.5$

Mitad de: $87 = 87 - 1 = 86$ (calculamos la mitad de 86)
 mitad de $80 = 40$
 $+ \text{ mitad de } 6 = \underline{3} +$
 (al resultado le sumamos 0.5) $43 + 0.5 = 43.5$

Mitad de: $99 = 99 - 1 = 98$ (calculamos la mitad de 98)
 mitad de $90 = 45$
 $+ \text{ mitad de } 8 = \underline{4} +$
 (al resultado le sumamos 0.5) $49 + 0.5 = 49.5$



Multiplicando por 10

Multiplicar X 10 es muy sencillo, existen solamente dos formas:

- Añadir un 0 (cero) al final de un número
- Correr el punto un lugar a la derecha si es una fracción.

Ejemplos:

Añadir un 0 (cero al final)

$$10 \times 3 = 30$$

$$10 \times 12 = 120$$

$$10 \times 44 = 440$$

$$10 \times 81 = 810$$

$$10 \times 99 = 990$$

$$10 \times 100 = 1000$$

Correr el punto a la derecha

$$10 \times 3.5 = 35$$

$$10 \times 1.2 = 12$$

$$10 \times 4.4 = 44$$

$$10 \times 8.1 = 81$$

$$10 \times 9.9 = 99$$

$$10 \times 1.25 = 12.5$$





Multiplicando por decimales:

Multiplicar números con decimales es muy simple:

- Se cuentan los números después del punto
- Se anotan
- Se quitan o ignoran
- Se realiza la operación del modo normal
- Y al final se coloca el punto en el lugar que se anotó.

Ejemplos:

Multiplicar: $1.3 \times \underline{2}$

- ¿Cuántos números hay después del punto?

En este caso **uno**, el número **3**.

- Se quita (o mejor ignoramos el punto), hacemos de cuenta que no existe.
- Realizamos la operación: $13 \times 2 = 26$
- Y al final se coloca el punto en el lugar que se anotó en el primer paso, en este caso uno

El resultado es 26; colocamos el punto en una posición a la izquierda, **2.6**, y ese es el resultado.

Por lo tanto; $1.3 \times 2 = 2.6$



Multiplicando por decimales:

Multiplicar: 3.3×2.4

- ¿Cuántos números hay después del punto?

En este caso **dos**, el número **3** y el **4**, son dos posiciones.

- Se quitan (o ignoramos los dos puntos), hacemos de cuenta que no existen.
- Realizamos la operación:
 $33 \times 24 =$
Doble de 33 = 660 multiplicamos x 10
2 dobles de 33 = 132 Multiplicamos x 4
se suman = 792
- Y al final se coloca el punto en el lugar que se anotó en el primer paso, en este caso, dos posiciones

El resultado es 792; colocamos el punto en la segunda posición a la izquierda, **7.92**, y ese es el resultado.

Por lo tanto; $3.3 \times 2.4 = 7.92$

Listo, vieron qué sencillo, con esto estamos armados para iniciar nuestro método de Mitades y Dobles





Los números que necesitamos conocer para dominar el método de “Mitades y dobles”; los explicaremos de la siguiente manera:

1 = la unidad o el original (el multiplicando).

2 = (1 + 1) y es el doble de la unidad o del original

3 = (1+2) o sea el original más un doble

4 = (2+2) o sea 2 dobles (dos veces dos)

(*) en realidad se calcula el doble del número original y al resultado sacarle el doble nuevamente

5 = Es la mitad de la unidad x10

(*) todo número multiplicado por 5 es igual a la mitad del original x 10

6 = (1+5) o sea el original + la mitad del original x 10

7 = (2+5) o sea el doble del original + la mitad del original x 10

8 = (4+4) o sea 3 dobles del original

(*) es igual que el 4 pero se añade un tercer doble al resultado.

9 = (10-1) o sea multiplicar el original x 10 y restar el original.

10.- Es igual a la unidad x 10 o sea la decena del número original.

11 = (1+10) o sea el original + la decena o multiplicación x 10
también es igual a la sumatoria de cada uno de los dígitos, empezando por el 2º dígito de la derecha.

12 = (2+10) o sea un doble + la decena o multiplicación x 10

13 = (3+10) o sea el original + un doble + la decena o multiplicación x 10

14 = (4+10) o sea 2 dobles + la decena o multiplicación x 10

15 = (5+10) o sea la mitad del original x 10 + la decena o multiplicación x 10



Quizá este razonamiento, por el momento, no les parezca sencillo, pero créanme es muy fácil, una vez que entiendan cómo funciona, mediante unos ejemplos que veremos a continuación. Por el momento solo estamos poniendo las bases y definiendo parámetros para seguirlos como una fórmula o receta de cocina

En otras palabras, de manera más algebraica y simple se resume así;

1= Unidad o Número original =	U
2= Doble de la Unidad =	D
3= (1+2) Unidad + Doble =	U+ D
4= (2+2) Doble del Doble=	2 D
5= Mitad x 10=	M
6= (5+1) Mitad x 10 + Unidad=	M+U
7= (5+2) Mitad x 10 + Doble=	M+D
8= (2x2x2) Doble del Doble del Doble=	3D
9= (10-1) x10 – Unidad=	10-U





Ejemplos:

Multiplicando por 2: $13 \times \underline{2} = 26$

Es igual al doble del número:

D (1 + 1)

Doble de:	13=	26	D
Resultado		26	

Multiplicando por 3: $13 \times \underline{3} = 39$

Es igual al original + el doble del número:

U+D (1+2)

El original	13 +	U
Más el Doble de 13=	<u>26</u>	D
Resultado		39

Multiplicando por 4: 13×4

Es igual a dos dobles del número:

2D (2 + 2)

1er. Doble de	13 =	26
2do. Doble de	26 =	<u>52</u>
Resultado		52



Multiplicando por 5: 13×5

Forma # 1 = (mitad x 10)

$M \times 10$

Mitad de 13 = 6.5 M

Multiplicar por 10 = $6.5 \times 10 = 65$

Resultado = 65

Forma # 2 = (1+4)

$U + 2D$

El original 13 = U

1er. Doble de 13 = 26 +

2°. Doble de 26 = 52 = 2D

Resultado = 65

Multiplicando por 6: 13×6

Forma # 1 = (5+1)

$M \times 10 + U$

Mitad de 13 = 6.5 M

Multiplicar por 10 = $6.5 \times 10 = 65$ x 10

Más el original + 13 U

Resultado = 78

Forma # 2 = (2+4)

$D + 2D$

Doble de 13 = 26 D

Doble de 26 = 52 + 2D

Sumar los dobles = 78

Resultado = 78





Multiplicando por 7: 13×7

Forma # 1 = (2+5)

D + M*10

Mitad de 13	= 6.5	M	
Multiplicar por 10	= 6.5 x 10 =	65	
Más el doble de 13		+ <u>26</u>	D
Resultado		= 91	

Forma # 2 = (1+2+4)

U + D + 2D

Original	13	U	
Doble de	13 =	+ 26	D
Doble de	26 =	<u>+ 52</u>	2D
Sumarlos todos =		91	
Resultado		= 91	

Multiplicando por 8: 13×8

3D

1er. Doble de 13	= 26	D	
2do. Doble de 26	= 52	2D	
3er. Doble de 52	= 104	3D	
Resultado		= 104	



Multiplicando por 9: 13×9

Forma # 1 = (10-1)

x10-U

Multiplicar por 10: $13 \times 10 = 130$

Restar el original $13 \quad \underline{-13} \quad U$

Resultado $= 117$

Forma # 2 = (1+8)

U + 3D

Original $13 \quad U$

(x2) Doble de 13 = 26 D

(x4) Doble de 26 = 52 $2D$

(x8) Doble de 52 = $\underline{104} \quad 3D$

Resultado $= 117$

Forma # 3 = (3+6)

U + D + 2D

Original $13 \quad U$

+ Doble de 13 $= \underline{26} \quad D$

sub-Total $= 39$

+ Doble de 39 $= \underline{78} \pm \quad 2D$

Resultado $= 117$





Multiplicando por **10**: 13×10

$$\begin{array}{l} \text{Multiplicar } 13 \times 10 = 130 \\ \text{Resultado} \qquad \qquad = 130 \end{array}$$

Solo se añade un cero

Multiplicando por **11**: 13×11

$$\begin{array}{l} \text{Forma \# 1} = (10 + 1) \\ \times 10 + U \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar por 10: } 13 \times 10 = 130 \quad \times 10 \\ \text{Sumar el original } 13 \quad \quad \quad + 13 \quad U \\ \hline \text{Resultado} \qquad \qquad \qquad = 143 \end{array}$$

Forma # 2 = suma de dígitos

- 1.- separar el número 1_3
 - 2.- sumar los dos números $1+3 = \underline{4}$
 - 3.- poner la suma en medio $1\underline{4}3$
- $$\text{Resultado} \qquad \qquad \qquad = 143$$



$$\begin{array}{r}
 11 \times 13 = \quad 1 + 3 \\
 + \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad \underline{4} \\
 \quad \quad \quad 143
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11 \times 99 = \quad 9 + 9 \\
 + \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad \underline{18} \\
 \quad \quad \quad 1089
 \end{array}$$

Más de 2 dígitos :

1234 x 11= 13574

- 1.- Se toma el último dígito = 4
- 2.- Se toma el último dígito y se le suma el segundo a la derecha, en este caso 3, 4+3 = 7
- 3.- Se toma el 3er. a la derecha y se le suma el segundo, en este caso el 2, 2+3= 5
- 4.- Se toma el 4º. dígito y se le suma el tercero a la derecha, en este caso el 1, 1+2=3
- 5.- Por último se coloca el primer dígito = 1

Resultado = 13574

$$\begin{array}{r}
 11 \times \quad 3 \quad 2 \quad 5 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \underline{5 \quad 7} \\
 3 \quad 5 \quad 7 \quad 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 11 \times \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \underline{18 \quad 18} \\
 + \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 \quad \quad \underline{10 \quad 9} \\
 10 \quad 9 \quad 8 \quad 9
 \end{array}$$

se bajan las decenas



Ejercicios:

Multiplicando por 2:

$$\begin{array}{r}
 \text{Ejemplo: 1} \quad \underline{1357} \times 2 \\
 2604 \\
 \underline{11} + \\
 \text{Resultado} = 2714
 \end{array}$$

Doble
se bajan las decenas

$$\begin{array}{r}
 \text{Ejemplo: 2} \quad \underline{7896} \times 2 \\
 4682 \\
 \underline{1111} + \\
 \text{Resultado} = 15792
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Ejemplo: 3} \quad \underline{456989} \times 2 \\
 802868 \\
 \underline{11111} + \\
 \text{Resultado} = 913978
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Ejemplo: 4} \quad \underline{959989} \times 2 \\
 808868 \\
 \underline{111111} + \\
 \text{Resultado} = 1919978
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Ejemplo: 5} \quad \underline{897} \times 2 \\
 684 \\
 \underline{111} + \\
 \text{Resultado} = 1794
 \end{array}$$





Ejercicios:

Multiplicando por 3:

Ejemplo: 1

1 3	5 7	$\times 3$	
2 6	10 14		+ Doble del original
3 9	15 21		+ Original
1	2		+ se bajan las decenas
3 0	7 1		Subtotal
1			+Adicional
Resultado=	4 0	7 1	

Ejemplo: 2

2 5	8 8	$\times 3$	
4 0	6 6		D
1 1	1		decenas
7 6	5 4		suma
1 1			+ decenas
Resultado=	7 7	6 4	

Ejemplo: 3

8 7	6 5	3	$\times 3$
4 1	8 5		
2 2	1 1		+
Resultado=	2 6	2 9	5 9

Ejemplo: 4

2 3	9	$\times 3$
6 9	7	
2		+
Resultado=	7 1	7

Ejercicios:Multiplicando por 4:

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 1357 \times 4 \\
 \hline
 2614 \\
 4 \underline{12} \underline{20} \underline{28} \\
 1 \quad 2 \quad 2 \quad + \\
 \hline
 5428
 \end{array}$$

Doble del original
2º doble
se bajan las decenas

Resultado= 5 4 2 8

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 268 \times 4 \\
 \hline
 842 \\
 23 + \\
 \hline
 1072
 \end{array}$$

Resultado= 1 0 7 2

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 7531 \times 4 \\
 \hline
 8024 \\
 221 + \\
 \hline
 30124
 \end{array}$$

Resultado= 3 0 1 2 4

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 78954 \times 4 \\
 \hline
 82606 \\
 23321 + \\
 \hline
 315816
 \end{array}$$

Resultado= 3 1 5 8 1 6

Ejemplo: 5

$$\begin{array}{r}
 999 \times 4 \\
 \hline
 666 \\
 333 + \\
 \hline
 3996
 \end{array}$$

Resultado= 3 9 9 6





Ejercicios:

Multiplicando por 4:

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \times 4 \\
 \hline
 2 \quad \cancel{6} \quad \cancel{10} \quad \cancel{14} \\
 4 \quad \underline{12} \quad \underline{20} \quad \underline{28} \\
 \underline{1} \quad \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{8} + \\
 \text{Resultado= } 5 \quad 4 \quad 2 \quad 8
 \end{array}$$

Doble del original
2º doble
se bajan las decenas

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 \quad 2 \quad 6 \quad 8 \times 4 \\
 \hline
 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \\
 \underline{2} \quad \underline{3} \quad \underline{\quad} + \\
 \text{Resultado= } 1 \quad 0 \quad 7 \quad 2
 \end{array}$$

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 \quad 7 \quad 5 \quad 3 \quad 1 \times 4 \\
 \hline
 \quad 8 \quad 0 \quad 2 \quad 4 \\
 \underline{2} \quad \underline{2} \quad \underline{1} \quad \underline{\quad} + \\
 \text{Resultado= } 3 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 4
 \end{array}$$

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 5 \quad 4 \times 4 \\
 \hline
 \quad 8 \quad 2 \quad 6 \quad 0 \quad 6 \\
 \underline{2} \quad \underline{3} \quad \underline{3} \quad \underline{2} \quad \underline{1} + \\
 \text{Resultado= } 3 \quad 1 \quad 5 \quad 8 \quad 1 \quad 6
 \end{array}$$

Ejemplo: 5

$$\begin{array}{r}
 \quad 9 \quad 9 \quad 9 \times 4 \\
 \hline
 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \\
 \underline{3} \quad \underline{3} \quad \underline{3} + \\
 \text{Resultado= } 3 \quad 9 \quad 9 \quad 6
 \end{array}$$



Ejercicios:

Multiplicando por 5: *Forma # 1: (mitad x 10)*

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 1357 \times 5 \\
 5 \underline{15} \underline{25} \underline{35} \\
 \color{orange}{1} \color{blue}{2} \color{green}{3} + \\
 \hline
 6785
 \end{array}$$

mitad x 10
se bajan las decenas

Resultado= 6 7 8 5

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 436 \times 5 \\
 2 \underline{1} \underline{3} \underline{0} \\
 \color{red}{5} + \\
 \hline
 2180
 \end{array}$$

se multiplica x 10 (se añade 0)
se saca la mitad
la mitad de 3 es 1.5, se deja el 1
se baja el 5 al número anterior

Resultado= 2 1 8 0

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 317 \times 5 \\
 \underline{1} \underline{0} \underline{3} \\
 \color{blue}{5} \color{red}{5} \color{green}{5} + \\
 \hline
 1585
 \end{array}$$

se saca la mitad y la fracción (5)
se baja al número anterior

Resultado= 1 5 8 5

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 97531 \times 5 \\
 \underline{4} \underline{3} \underline{2} \underline{1} \underline{0} \\
 \color{blue}{5} \color{red}{5} \color{green}{5} \color{red}{5} + \\
 \hline
 487655
 \end{array}$$

se saca la mitad y la fracción (5)
se baja al número anterior

Resultado= 4 8 7 6 5 5





Ejercicios:

Multiplicando por 5: *Forma # 2: (1 + 4)*

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \times 5 \\
 \hline
 2 \quad 6 \quad 10 \quad 14 \quad \text{1er. doble} \\
 \hline
 4 \quad 12 \quad 20 \quad 28 \quad \text{2º doble = 4} \\
 \hline
 5 \quad 15 \quad 25 \quad 35 \quad \text{+ original} \\
 \hline
 \underline{1 \quad 2 \quad 3} \quad \text{+ se bajan las decenas} \\
 \text{Resultado= } 6 \quad 7 \quad 8 \quad 5
 \end{array}$$

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 3 \quad 6 \times 5 \\
 \hline
 8 \quad 6 \quad 12 \quad \text{1er. doble} \\
 \hline
 16 \quad 12 \quad 24 \quad \text{2º doble = 4} \\
 \hline
 20 \quad 15 \quad 30 \quad \text{+ original} \\
 \hline
 \underline{1 \quad 3} \quad \text{se bajan las decenas} \\
 \text{Resultado= } 21 \quad 8 \quad 0
 \end{array}$$

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 1 \quad 7 \times 5 \\
 \hline
 6 \quad 2 \quad 14 \quad \text{1er. doble} \\
 \hline
 12 \quad 4 \quad 28 \quad \text{+ 2º doble = 4} \\
 \hline
 15 \quad 5 \quad 35 \quad \text{+ original} \\
 \hline
 \underline{3} \quad \text{se bajan las decenas} \\
 \text{Resultado= } 15 \quad 8 \quad 5
 \end{array}$$

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 7 \quad 5 \quad 3 \quad 1 \times 5 \\
 \hline
 18 \quad 14 \quad 10 \quad 6 \quad 2 \quad \text{1er. doble} \\
 \hline
 36 \quad 28 \quad 20 \quad 12 \quad 4 \quad \text{+ 2º doble = 4} \\
 \hline
 45 \quad 35 \quad 25 \quad 15 \quad 5 \quad \text{+ original} \\
 \hline
 \underline{3 \quad 2 \quad 1} \quad 5 \quad \text{se bajan las decenas} \\
 \text{Resultado= } 48 \quad 7 \quad 6 \quad 5 \quad 5
 \end{array}$$



Ejercicios:

Multiplicando por **6**: *Forma # 1 (1 + 5)*

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 1357 \times \underline{6} \\
 5152535+ \\
 6183042 \\
 1 \swarrow 3 \searrow 4 \swarrow 4 \searrow + \\
 71142 \\
 1 \swarrow + \\
 \hline
 \text{Resultado=} \quad 8142
 \end{array}$$

mitad x 10
 + Original
 se bajan las decenas
 Subtotal
 Adicional

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 79 \times \underline{6} \\
 3545 \\
 4254 \\
 5 \swarrow 4 \searrow + \\
 \hline
 \text{Resultado=} \quad 474
 \end{array}$$

mitad x 10
 + Original
 se bajan las decenas

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 531 \times \underline{6} \\
 25155 \\
 30186 \\
 1 \swarrow + \\
 \hline
 \text{Resultado=} \quad 3186
 \end{array}$$

mitad x 10
 + Original
 se bajan las decenas

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 98751 \times \underline{6} \\
 454035255 \\
 544842306 \\
 4 \swarrow 4 \searrow 3 \swarrow 3 \searrow + \\
 5812506 \\
 1 \swarrow + \\
 \hline
 \text{Resultado=} \quad 592506
 \end{array}$$

mitad x 10
 + Original
 se bajan las decenas
 Subtotal
 Adicional





Ejercicios:

Multiplicando por 6: *Forma # 2 (2 + 4)*

Ejemplo: 1

<u>1 3</u> x 6	
2 6	1er. doble= 2
<u>4 12</u> +	2° doble = + 4
6 18	se suman= 6
<u>1</u> +	se bajan las decenas
Resultado= 7 8	

Ejemplo: 2

<u>7 9</u> x 6	
14 18	1er. doble= 2
<u>28 36</u> +	2° doble = + 4
42 54	se suman= 6
<u>5</u> +	se bajan las decenas
Resultado= 47 4	

Ejemplo: 3

<u>5 3 1</u> x 6	
10 6 2	1er. doble= 2
<u>20 12 4</u> +	2° doble = + 4
30 18 6	se suman= 6
<u>1</u> +	se bajan las decenas
Resultado= 31 8 6	

Ejemplo: 4

<u>1 3 5 7</u> x 6	
2 6 10 14	1er. doble= 2
<u>4 12 20 28</u> +	2° doble = + 4
6 18 30 42	se suman= 6
<u>1 3 4</u> +	se bajan las decenas
7 1 4 2	subtotal
<u>1</u> +	Adicional
Resultado= 8 1 4 2	



Ejercicios:

Multiplicando por 7: *Forma # 1 (2 + 5)*

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 21 \times 7 \\
 42 \\
 \hline
 105 + \\
 \hline
 \text{Resultado} = 147
 \end{array}$$

1er. doble= 2
 mitad x10= +5
 se suman = 7

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 531 \times 7 \\
 1062 \\
 2515 + \\
 \hline
 35217 \\
 \text{2} \swarrow \\
 \hline
 \text{Resultado} = 3717
 \end{array}$$

1er. doble= 2
 mitad x10= +5
 se suman = 7
 se bajan las decenas

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 1357 \times 7 \\
 261014 \\
 5152535 + \\
 \hline
 7213549 \\
 \text{2} \swarrow \text{3} \swarrow \text{4} \swarrow \\
 \hline
 \text{Resultado} = 9499
 \end{array}$$

1er. doble= 2
 mitad x10= +5
 se suman = 7
 se bajan las decenas

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 75893 \times 7 \\
 141016186 \\
 3525404515 + \\
 \hline
 4935566321 \\
 \text{3} \swarrow \text{5} \swarrow \text{6} \swarrow \text{2} \swarrow \\
 \hline
 52101251 \\
 \text{1} \swarrow \text{1} \swarrow \\
 \hline
 \text{Resultado} = 531251
 \end{array}$$

1er. doble= 2
 mitad x10= +5
 se suman = 7
 se bajan las decenas
 + se bajan las decenas





Ejercicios:

Multiplicando por 7: *Forma # 2: (1 + 2 + 4)*

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 2 \ 8 \ x7 \\
 4 \ 16 \ + \\
 \hline
 8 \ 32 \ + \\
 \hline
 14 \ 56 \\
 \underline{5}
 \end{array}$$

Resultado= 19 6

Original = 1
 1er. doble= 2
 2º doble = +4
 se suman= 7
 se bajan las decenas

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 5 \ 3 \ 1 \ x7 \\
 10 \ 6 \ 2 \ + \\
 \hline
 20 \ 12 \ 4 \ + \\
 \hline
 35 \ 21 \ 7 \\
 \underline{2}
 \end{array}$$

Resultado= 37 1 7

Original = 1
 1er. doble= 2
 2º doble = +4
 se suman= 7
 se bajan las decenas

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 1 \ 3 \ 5 \ 7 \ x7 \\
 2 \ 6 \ 10 \ 14 \ + \\
 \hline
 4 \ 12 \ 20 \ 28 \ + \\
 \hline
 7 \ 21 \ 35 \ 49 \\
 \underline{2 \ 3 \ 4}
 \end{array}$$

Resultado= 9 4 9 9

Original = 1
 1er. doble= 2
 2º doble = +4
 se suman= 7
 se bajan las decenas

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 7 \ 5 \ 8 \ 9 \ 3 \ x7 \\
 14 \ 10 \ 16 \ 18 \ 6 \ + \\
 \hline
 28 \ 20 \ 32 \ 36 \ 12 \ + \\
 \hline
 49 \ 35 \ 56 \ 63 \ 21 \\
 \underline{3 \ 5 \ 6 \ 2} \\
 52 \ 10 \ 12 \ 5 \ 1 \\
 \underline{1 \ 1} \ +
 \end{array}$$

Resultado= 53 1 2 5 1

Original = 1
 1er. doble= 2
 2º doble = +4
 se suman= 7
 se bajan las decenas

Ejercicios:Multiplicando por **8**:*Ejemplo: 1*

	3 5 x 8	
	6 10	Doble del original
	12 20	2° doble
	24 40	3° doble
	<u>4</u> +	se bajan las decenas
Resultado=	28 0	

Ejemplo: 2

	2 1 7 x 8	
	4 2 14	Doble del original
	8 4 28	2° doble
	16 8 56	3° doble
	<u>5</u> +	se bajan las decenas
	16 13 6	
	<u>1</u> +	se bajan las decenas
Resultado=	17 3 6	

Ejemplo: 3

	1 3 5 7 x 8	
	2 6 10 14	Doble del original
	4 12 20 28	2° doble
	8 24 40 56	3° doble
	<u>2</u> <u>4</u> <u>5</u> +	se bajan las decenas
Resultado=	10 8 5 6	





Ejercicios:

Multiplicando por 9: *Forma # 1 (10-1)*

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 91 \times 9 \\
 90 \ 10 \\
 - 9 \ 1 \ - \\
 \hline
 \text{Resultado=} \ 81 \ 9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 91 \times 9 \\
 910 \quad \text{Original} \times 10 \\
 - 91 \quad \text{Original} \\
 \hline
 819
 \end{array}$$

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 274 \times 9 \\
 20 \ 70 \ 40 \\
 - 2 \ 7 \ 4 \ - \\
 \hline
 18 \ 63 \ 36 \\
 \underline{6 \ 3} \quad +\text{se bajan decenas} \\
 \text{Resultado=} \ 24 \ 6 \ 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 274 \times 9 \\
 2740 \text{ Original} \times 10 \\
 - 274 \text{ Original} \\
 \hline
 2,466
 \end{array}$$

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 1357 \times 9 \\
 10 \ 30 \ 50 \ 70 \\
 \hline
 9 \ 27 \ 45 \ 63 \\
 \underline{2 \ 4 \ 6} \quad + \\
 11 \ 11 \ 11 \ 3 \\
 \underline{1 \ 1} \quad + \\
 \text{Resultado=} \ 12 \ 2 \ 1 \ 3
 \end{array}$$

Original x 10
Original
parcial
se bajan las decenas

Adicional



Ejercicios:

Multiplicando por **9**: *Forma # 2 (1+8)*

Ejemplo: 1

	<u>9 1</u> x <u>9</u>	
	18 - 2	Doble del original
	36 - 4	2° doble
	<u>72</u> 8	3° doble = 8
Resultado=	81 9	Se suman

Ejemplo: 2

	2 7 4 x <u>9</u>	
	4 - 14 - 8	Doble del original
	8 - 28 - 16	2° doble
	<u>16</u> 56 32	3° doble = 8
	18 <u>63</u> <u>36</u> +	Se suman
	<u>6</u> <u>3</u> +	se bajan las decenas
Resultado=	24 6 6	

Ejemplo: 3

	1 3 5 7 x <u>9</u>	
	2 - 6 - 10 - 14	Doble del original
	4 - 12 - 20 - 28	2° doble
	<u>8</u> 24 40 56	3° doble
	9 <u>27</u> <u>45</u> <u>63</u>	Se suman el 1 y el 8
	<u>2</u> <u>4</u> <u>6</u> +	se bajan las decenas
	11 <u>11</u> <u>11</u> 3	Adicional
	<u>1</u> <u>1</u> +	se bajan las decenas
Resultado=	12 2 1 3	





Ejercicios:

Multiplicando por 9: *Forma # 3 = (3+6)*

<i>Ejemplo: 1</i>	$91 \times \underline{9}$	↓	
	+ Doble de 91 = <u>182</u>	↓	
	sub-Total = 273 +	↓	3 +
	+Doble de 273 = <u>546</u>	↓	6
	Resultado = 819	↓	9 Se suman

<i>Ejemplo: 2</i>	$274 \times \underline{9}$	↓	
	+ Doble de 274 = <u>548</u>	↓	
	sub-Total = 822 +	↓	3 +
	+ Doble de 822 = <u>1644</u>	↓	6
	Resultado = 2466	↓	9 Se suman

<i>Ejemplo: 3</i>	$1357 \times \underline{9}$	↓	
	+ Doble de 1357 = <u>2714</u>	↓	
	sub-Total = 4071 +	↓	3 +
	+ Doble de 4171 = <u>8142</u>	↓	6
	Resultado = 12213	↓	9 Se suman

<i>Ejemplo: 4</i>	$99 \times \underline{9}$	↓	
	+ Doble de 99 = <u>198</u>	↓	
	sub-Total = 297 +	↓	3 +
	+Doble de 297 = <u>594</u>	↓	6
	Resultado = 891	↓	9 Se suman

Multiplicando por 10:

Nos saltaremos este ejercicio por considerar que ya está entendido.



Ejercicios:

Multiplicando por **11**: *Forma # 1 = (1 + 10)*

Ejemplo: 1 11×4932

$$\begin{array}{r} \rightarrow 4932 + \\ \underline{43252} \\ 54252 \end{array} +$$

Resultado= 54252

Unidad
*Se corren a la derecha= x10
se bajan las decenas
Se suman

Ejemplo: 2 11×1357

$$\begin{array}{r} \rightarrow 1357 + \\ \underline{14827} \\ 14927 \end{array} +$$

Resultado= 14927

*Se corren a la derecha= x10
se bajan las decenas
Se suman

Ejemplo: 3 11×1987

$$\begin{array}{r} \rightarrow 1987 + \\ \underline{10757} \\ 21857 \end{array} +$$

Resultado= 21857

*Se corren a la derecha= x10
se bajan las decenas
Se suman

Ejemplo: 4 11×999

$$\begin{array}{r} \rightarrow 999 + \\ \underline{9889} \\ 10989 \end{array} +$$

Resultado= 10989

*Se corren a la derecha= x10
se bajan las decenas
Se suman





Ejercicios:

Multiplicando por 11: *Forma # 2 = sumatoria de números*

Ejemplo: 1 4 9 3 2 x 11

1.- separar el 1er. Número= 4 y el ultimo = 2

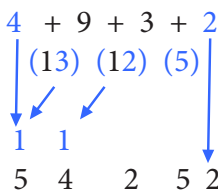
2.- sumar los números 4+9 = 13

3.- sumar los números 9+3 = 12

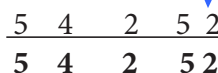
4.- sumar los números 3+2 = 5

5.-

6.- poner las sumas en medio



7.-se bajan las decenas



Resultado =

Ejemplo: 2 1 3 5 7 x 11

$$\underline{1} + 3 + 5 + \underline{7}$$

$$(4) \quad (8) \quad (12)$$

1

$$\underline{1 \quad 4 \quad 9 \quad 2 \quad 7}$$

se suman los vecinos

se bajan las decenas

Resultado = 1 4 9 2 7



Ejercicios:

Multiplicando por 12: (10 + 2)

Ejemplo: 1 12 x 1 3 3 2 *Se corren a la derecha= x10
 + \rightarrow 2 6 6 4 *Dobles
Resultado = 1 5 9 8 4 se suman

Ejemplo: 2 12 x 2 6 8 9 3 *Dobles
 + \rightarrow 4 12 16 18 6 se suman
 0 0 5 1 6 se bajan las decenas
 1 2 2 2 1 6
Resultado = 3 2 2 7 1 6

Ejemplo: 3 12 x 6 7 8 9 Dobles
 \rightarrow 1 2 4 6 8 se suman
 1 1 1 1 1
 7 0 3 6 se bajan las decenas
 1 1 1 1 6
Resultado = 8 1 4 6 8

Ejemplo: 4 12 x 9 9 9 9 Dobles
 \rightarrow 1 8 8 8 8 se suman
 1 1 1 1 1
 10 8 8 8 se bajan las decenas
 1 1 1 1 8
Resultado = 11 9 9 8 8



Ejercicios:

Multiplicando por 13: (10 + 3)

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 13 \times 185 \\
 \quad \quad \quad \begin{array}{l} \color{red}{\swarrow} 3 \color{blue}{\searrow} 4 \color{blue}{\searrow} 5 \\ \color{orange}{\swarrow} 2 \color{blue}{\swarrow} 1 \end{array} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \quad \quad \quad 1305 \\
 \quad \quad \quad \color{orange}{+} \color{blue}{100} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \text{Resultado} = \quad \quad \quad 2405
 \end{array}$$

*Se corren a la derecha= x10
 Triples
 se suman
 se bajan las decenas

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 13 \times 1332 \\
 \quad \quad \quad \begin{array}{l} \color{red}{\swarrow} 3 \color{orange}{\swarrow} 9 \color{orange}{\swarrow} 9 \color{orange}{\swarrow} 6 \\ \color{orange}{\swarrow} 1 \color{blue}{\swarrow} 1 \end{array} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \quad \quad \quad 16216 \\
 \quad \quad \quad \color{orange}{+} \color{blue}{100} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \text{Resultado} = \quad \quad \quad 17316
 \end{array}$$

Triples
 se suman
 se bajan las decenas

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 13 \times 6789 \\
 \quad \quad \quad \begin{array}{l} \color{red}{\swarrow} 8 \color{orange}{\swarrow} 1 \color{red}{\swarrow} 4 \color{blue}{\swarrow} 7 \\ \color{orange}{\swarrow} 1 \color{green}{\swarrow} 2 \color{red}{\swarrow} 2 \color{blue}{\swarrow} 2 \end{array} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \quad \quad \quad 77157 \\
 \quad \quad \quad \color{blue}{+} \color{orange}{100} \color{green}{+} \color{orange}{100} \color{orange}{+} \color{orange}{100} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \text{Resultado} = \quad \quad \quad 88257
 \end{array}$$

Triples
 se suman
 se bajan las decenas

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 13 \times 9999 \\
 \quad \quad \quad \begin{array}{l} \color{red}{\swarrow} 7 \color{orange}{\swarrow} 7 \color{orange}{\swarrow} 7 \color{orange}{\swarrow} 7 \\ \color{orange}{\swarrow} 2 \color{green}{\swarrow} 2 \color{red}{\swarrow} 2 \color{blue}{\swarrow} 2 \end{array} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \quad \quad \quad 11888 \\
 \quad \quad \quad \color{blue}{+} \color{orange}{100} \color{green}{+} \color{orange}{100} \color{orange}{+} \color{orange}{100} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \text{Resultado} = \quad \quad \quad 129987
 \end{array}$$

Dobles
 se suman
 se bajan las decenas



Ejercicios:

Multiplicando por **14**: (10 + 4)

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 14 \times 1850 \\
 \swarrow 4 \searrow 0 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1590 \\
 + \\
 \hline
 2590
 \end{array}$$

*Se corren a la derecha= x10

2D

se suman

se bajan las decenas

Resultado =

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 14 \times 1332 \\
 \swarrow 4 \searrow 8 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1864 \\
 + \\
 \hline
 18648
 \end{array}$$

2D

se bajan las decenas

se suman

Resultado =

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 14 \times 6789 \\
 \swarrow 4 \searrow 6 \\
 \\
 + \\
 \hline
 8394 \\
 + \\
 \hline
 95046
 \end{array}$$

2D

se suman

se bajan las decenas

Resultado =

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 14 \times 9999 \\
 \swarrow 6 \searrow 6 \\
 \\
 + \\
 \hline
 12888 \\
 + \\
 \hline
 139986
 \end{array}$$

2D

se suman

se bajan las decenas

Resultado =





Ejercicios:

Multiplicando por 15: (10 + M)

Ejemplo: 1

$$\begin{array}{r}
 15 \times 185 \\
 \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \\
 \quad \quad \quad 5 \quad 0 \quad 5 \\
 + \quad \quad \quad \color{orange}{4} \quad \color{blue}{2} \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad 7 \quad 7 \quad 5 \\
 + \quad \quad \quad \color{orange}{1} \\
 \hline
 \quad \quad \quad 2 \quad 7 \quad 7 \quad 5
 \end{array}$$

*Se corren a la derecha= x10

M x10
se suman

se bajan las decenas

Resultado =

Ejemplo: 2

$$\begin{array}{r}
 15 \times 1332 \\
 \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \\
 \quad \quad \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 0 \\
 + \quad \quad \quad \color{red}{1} \quad \color{green}{1} \quad \color{green}{1} \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad 9 \quad 9 \quad 8 \quad 0
 \end{array}$$

M x10
se bajan las decenas
se suman

Resultado =

Ejemplo: 3

$$\begin{array}{r}
 15 \times 6789 \\
 \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \\
 \quad \quad \quad 3 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \\
 + \quad \quad \quad \color{orange}{9} \quad \color{green}{0} \quad \color{green}{7} \quad \color{red}{3} \quad 5 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 5 \\
 + \quad \quad \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \\
 \hline
 \quad \quad \quad 10 \quad 1 \quad 8 \quad 3 \quad 5
 \end{array}$$

M x10
se suman

se bajan las decenas

Resultado =

Ejemplo: 4

$$\begin{array}{r}
 15 \times 9999 \\
 \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \quad \quad \quad \searrow \\
 \quad \quad \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \\
 + \quad \quad \quad \color{orange}{9} \quad \color{green}{9} \quad \color{green}{9} \quad \color{red}{9} \quad 5 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 13 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \\
 + \quad \quad \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \quad \color{blue}{1} \\
 \hline
 \quad \quad \quad 14 \quad 9 \quad 9 \quad 8 \quad 5
 \end{array}$$

M x10
se suman

se bajan las decenas

Resultado =

Caja de Multiplicar:

Este sistema trata la multiplicación de un modo distinto al tradicional que estamos acostumbrados. En el método tradicional, hacemos las operaciones de modo secuencial, es decir un paso después del otro, de un modo ordenado.

Por Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \ 4 \\ \times 7 \ 5 \ 6 \\ \hline \end{array}$$

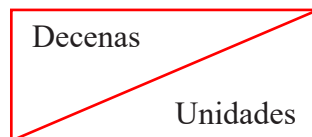
$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \ 4 \\ \times 7 \ 5 \ 6 \\ \hline \end{array}$$

El 6 lo tenemos que multiplicar primero por 4, después por 3 y luego por 2, para posteriormente pasar al número 5, etc. Este es un orden secuencial.

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \ 4 \\ \times 7 \ 5 \ 6 \\ \hline 1 \ 4 \ 0 \ 4 \\ 1 \ 1 \ 7 \ 0 \\ \hline 1 \ 6 \ 3 \ 8 \\ \hline 1 \ 7 \ 6 \ 9 \ 0 \ 4 \end{array}$$

En la caja de multiplicar, solo tenemos que respetar la siguiente regla:

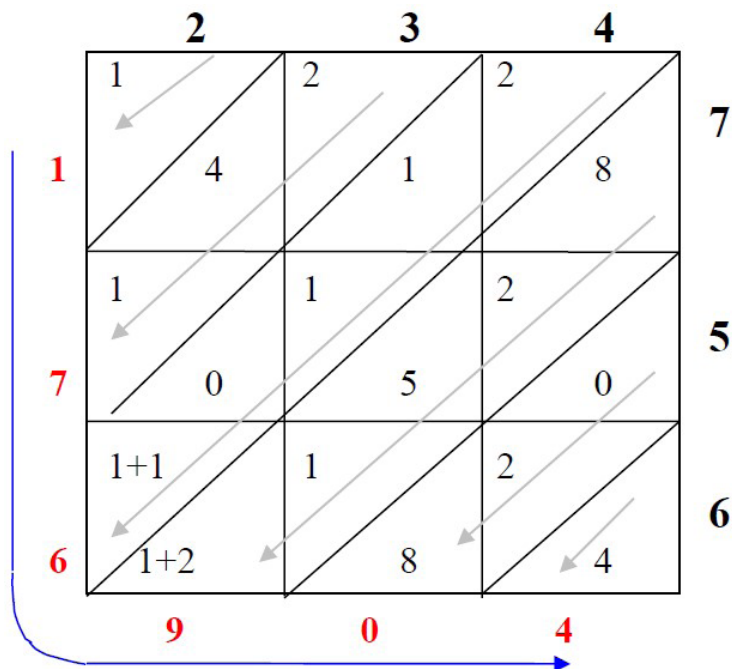
Decenas en la parte superior y
Unidades en la parte inferior





Ahora tratemos con la caja de multiplicar, primero tenemos que dibujarla (esta es la parte más difícil y tediosa)

Tomemos el ejemplo anterior:



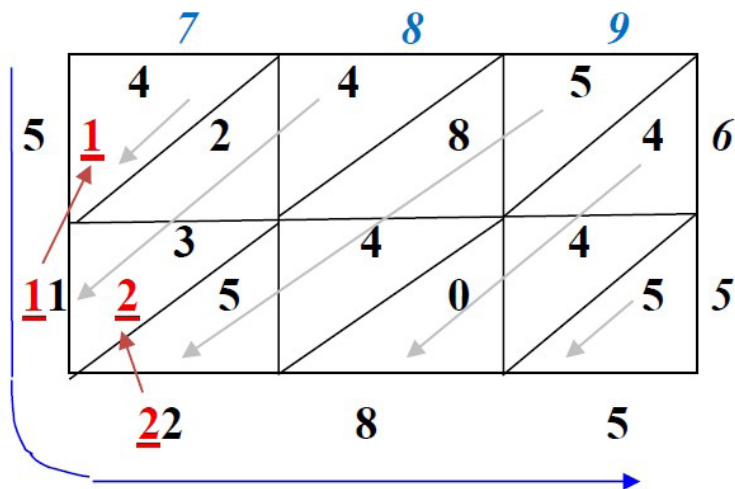
Resultado= 176,904

Se multiplican los números que coinciden en la cuadrícula, con la ventaja que no tiene uno que respetar ningún orden, o sea aleatoriamente, una vez llenados todos los cuadros, proseguimos a sumar las mitades de cada cuadro, o sea los triángulos de forma diagonal, como lo indican las flechas. Si alguna suma es mayor a 10 se acarrea el número al triángulo inmediato siguiente, teniendo cuidado de separarlo del número existente para evitar errores en la suma. El resultado final es la unión de todos los números en la periferia.



Ejemplo:

$$789 \times 65 = \underline{51285}$$



Resultado= $4 + 1 = 5$
 * $9 + 2 = 11$ (se sube el 1)
 * $5 + 8 + 4 + 6 = 22$ (se sube el 2)
 $4 + 4 + 0 = 8$
 $5 = 5$
Resultado = 51285

***Nota:** Las Decenas se suman al Número anterior





División

La división es lo contrario de la multiplicación y cuando la suma se empoderó, la resta no se quedo atrás, o sea tomó esteroides al igual que la suma. En otras palabras, la división es la hermana mayor de la resta.

Primero debemos aprender las partes que componen a la división:

$$\begin{array}{r} \text{Cociente} \\ \text{Divisor} \overline{) \text{Dividendo}} \\ \text{Remanente} \end{array}$$

La división, al contrario de la multiplicación, **no** es conmutativa, es decir, que el orden de los factores sí importa, no se pueden cambiar.

Lo que pretendemos es dividir sin la necesidad de utilizar las tablas de multiplicación, y mucho menos memorizarlas, y la única forma de poder de realizarlo es mediante simples sumas y restas.

A continuación veremos tres formas de dividir:

- 1.- Restando
- 2.- Sumando
- 3.- Mediante mitades y dobles.



1.- Dividir restando:

Esta es la técnica más elemental de dividir, restando el divisor sucesivamente al dividendo

Ejemplo 1: $7 \overline{) 35}$ Respuesta=5

$$\begin{array}{r} 35 \\ -7 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{1} \\ 28 \\ -7 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{2} \\ 21 \\ -7 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{3} \\ 14 \\ -7 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{4} \\ 7 \\ -7 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{5} \\ 0 \end{array}$$

Ejemplo 2: $6 \overline{) 99}$ Respuesta=16, r 3

Se baja el 9

$$\begin{array}{r} 99 \\ -6 \quad \downarrow \quad \mathbf{1} \\ 39 \quad \text{Se baja el 9} \\ -6 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{1} \\ 33 \\ -6 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{2} \\ 27 \\ -6 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{3} \\ 21 \\ -6 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{4} \\ 15 \\ -6 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{5} \\ 9 \\ -6 \quad \underline{\quad} \quad \mathbf{6} \\ 3 \quad \text{=remanente} \end{array}$$





2.- Dividir sumando:

Pero también podemos dividir sumando, suena raro pero es posible, veamos qué pasa:

Esta forma de dividir se logra sumando el divisor sucesivamente hasta llegar al número inmediato inferior al dividendo.

Ejemplo 1:

$$7 \overline{) 38} \quad \text{Respuesta}=5; r3$$

se suma sucesivamente el divisor = 7

- 1x7= 7
- 2x7= 14
- 3x7= 21
- 4x7= 28
- 5x7= 35

se resta al dividendo

$$5 \text{ veces } 7 = \begin{array}{r} 38 \\ -35 \\ \hline 3 \end{array} \text{ (remanente)}$$

se cuenta el número de veces que se sumó el divisor, en este caso 5 veces. El resultado es 5 con un remanente de 3.

$$\text{Resultado} = 5 \text{ r } 3$$





En divisiones mayores a 2 dígitos se separan en parejas o tercias si el divisor es mayor, empezando por la izquierda

Ejemplo 2:

24	98,9	Respuesta=41, r5
2 veces 24= 48	98,9	
3 veces 24= 72	98,9	
4 veces 24= 96	98,9	
	-96	se resta al dividendo
	29	se baja el último dígito
	-24	se resta el divisor = 1
	5	Remanente

Ejemplo 3:

14	908	Respuesta=64 r 12
2 veces 14= 28	908	
3 veces 14= 42	908	
4 veces 14= 56	908	
5 veces 14= 70	908	
6 veces 14= 84	908	
	-84	se resta al dividendo= 6
	68	se baja el último dígito
	-56	se resta al dividendo= 4
	12	Remanente



Dividir Sumando:

Ejemplo 4:

1	31	174,35	R=	562
	+ 31	155	(5 veces)	↗
2	62	193	(6 veces)	↗
	+ 31	186	(2 veces)	↗
3	93	75		
	+ 31	62		
4	124	13	=Remanente	
	+ 31			
5	155			
	+ 31			
6	186			
	+ 31			
7	217			
	+ 31			
8	248			
	+ 31			
9	279			
	+ 31			
10	310			

Nota: Se hace hasta el 10 para comprobar que no hay error en la suma ya que es igual al original más un cero





Con fundamento en lo aprendido en la lección anterior podemos concluir basados en la lógica, observación y análisis, que sí esta técnica funciona para la multiplicación, y considerando que la división es lo inverso de la multiplicación, si hacemos lo opuesto, podremos dividir con la misma técnica. Veamos qué sucede:

El 1, u Original o la unidad, este no tiene inverso.

El 2, o un doble, lo inverso sería un mitad.

El 5, o la mitad de la unidad. Lo inverso sería un doble.

Ahora tendremos que añadir un número más, el 3.

Por lo que tendremos que aprender la tabla del 3

3	x	1	=	3
3	x	2	=	6
3	x	3	=	9
3	x	4	=	12
3	x	5	=	15
3	x	6	=	18
3	x	7	=	21
3	x	8	=	24
3	x	9	=	27
3	x	10	=	30



Para dividir tendremos que tomar las siguientes consideraciones:

- 1.- Es igual a la unidad o el original, no tiene inverso.
- 2.- En la multiplicación lo usamos como el doble de la unidad, lo inverso sería sacar una mitad o adoptar la técnica del número 5 de la multiplicación (la mitad x 10)
- 3.- En la división tendremos que aprender la tabla del 3
* Este es un número especial que veremos más adelante
- 4.- En la multiplicación es igual (2+2) o sea 2 dobles lo inverso sería sacar 2 mitades
- 5.- En la multiplicación es la mitad de la unidad x10, lo inverso sería un doble y dividir entre 10
- 6.- * Este es otro número especial que veremos más adelante
- 7.- * Este es otro número especial que veremos más adelante
- 8.- Es igual a 3 mitades de la unidad
- 9.- Es la suma sucesiva de cada uno de los dígitos
- 10.-Se añade un punto a la derecha del número.
- 11.-Es la resta sucesiva de cada uno de los dígitos



**En Resumen:**

En otras palabras, de manera más algebraica y simple:

/1= Unidad = Número original	U
/2= Mitad	M
/3= Dividir / 3 (mediante la tabla del 3)	
/4= 2 mitades	2 M
/5= Un doble entre 10	D/10
/6= Sacar la mitad y dividir entre 3	M/3
/7= Se multiplica por 14 /100	*14/100
/8= Sacar 3 mitades	3M
/9= Suma de los dígitos	Σ #
/10= Se corre el punto a la izquierda	0.0
/11= Resta consecutiva de los dígitos	$-\Sigma$ #



Ejemplos:

Dividiendo entre 2:

Forma # 1 =

Es igual a la mitad del número: **M**

$$\begin{array}{l} \text{mitad de:} \quad 2 \overline{)14} \\ \quad \quad \quad 14 = 7 \quad \text{m} \\ \text{Resultado} \quad \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{mitad de:} \quad 2 \overline{)19} \\ \quad \quad \quad 19 = 9.5 \quad \text{m} \\ \text{Resultado} \quad \quad 9.5 \end{array}$$

Forma # 2 =

$$\begin{array}{l} 2 \overline{)19} \\ 19 - 1 = 18 \\ \text{mitad de } 18 = 9 \\ \text{Resultado} \quad \quad 9 \text{ r}1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \overline{)21} \\ \text{Mitad de } 21 = \text{mitad de } 20 = 10 + \\ \quad \quad \quad \text{mitad de } 1 = 0.5 \\ \text{Resultado} \quad \quad \quad = 10.5 \end{array}$$





Ejemplos:

Dividiendo entre 3:

Forma # 1 = mediante la tabla del 3

Dividir / 3 ()

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 13} \\ \underline{- 12} \\ 1 = r \end{array}$$

Resultado = 4 r 1

$$\begin{array}{r} 9 \\ 3 \overline{) 28} \\ \underline{- 27} \\ 1 = r \end{array}$$

Resultado = 9 r 1

$$\begin{array}{r} 14 \\ 3 \overline{) 43} \\ \underline{- 3} \\ 13 \\ \underline{- 12} \\ 1 = r \end{array}$$

Se baja el 3

Resultado = 14 r 1

Ejemplos:Dividiendo entre 3:*Forma # 2* = multiplicar x 3 y por 11

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 13} = 4.33 \\ \underline{26} + (\text{sumar}) \\ 3.9 \text{ X } 11 \\ 4.29 \\ \text{Resultado} = 4.3 \text{ Redondear} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 28} = 9.33 \\ \underline{56} + (\text{sumar}) \\ 8.4 \text{ X } 11 \\ 9.24 \\ \text{Resultado} = 9.3 \text{ Redondear} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 43} = 14.33 \\ \underline{86} + (\text{sumar}) \\ 12.9 \text{ X } 11 \\ \underline{14.19} \\ \text{Resultado} = 14.2 \text{ Redondear} \end{array}$$



Ejemplos:

Dividiendo entre 4:

Es igual a dos mitades del número: 2M

$$4 \overline{) 13}$$

1er. mitad de 13 = 6.50
 2da. mitad de 6.5 = 3.25
Resultado = 3.25

Forma # 2 =

$$4 \overline{) 13}$$

13 - 1 = 12
 1er. mitad de 12 = 6 o mitad de 13 = 6.5
 2da. mitad de 6 = 3 o mitad de 6.5 = 3.25
Resultado = 3 r1 o 3.25

$$4 \overline{) 64}$$

1er. mitad de 64 = 32
 2da. mitad de 32 = 16
Resultado = 16



Ejemplos:

Dividiendo entre 5:

Es igual al doble del número / 10: (D/10)

$$5 \overline{)13}$$

Doble de 13 = 26
Dividir entre 10 = 2.6
Resultado = 2.6

$$5 \overline{)64}$$

Doble de 64 = 128
Dividir entre 10 = 12.8 (es igual a poner un punto)
Resultado = 12.8

$$5 \overline{)30}$$

Doble de 30 = 60
Dividir entre 10 = 6.0 (es igual a poner un punto)
Resultado = 6





Ejemplos:

Dividiendo entre 6:

Forma # 1 =

Es igual a la mitad / 3: (M/3)

$$\begin{array}{l}
 6 \overline{)13} \\
 \text{mitad de } 13 = 6.50 / 3 \\
 \text{Resultado} = \mathbf{2.16 \text{ r } 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6 \overline{)64} \\
 \text{mitad de } 64 = 32 / 3 \\
 \text{Resultado} = \mathbf{10 \text{ r } 2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6 \overline{)30} \\
 \text{mitad de } 30 = 15 / 3 \\
 \text{Resultado} = \mathbf{5}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6 \overline{)72} \\
 \text{mitad de } 72 = 36 / 3 \\
 \text{Resultado} = \mathbf{12}
 \end{array}$$



Ejemplos:

Dividiendo entre 6:

Forma # 2 =

Es igual a la mitad /10 + número original:

U - (m/10) *se redondea

Paso 1.- Cálculo $6 \overline{)13} = 2.17$
 1er. mitad de $13 = \underline{6.50} +$
 Parcial = 19.5
 (19.5/10)=1.95 *se redondea

Paso 2.- Precisión

$6 * \underline{2} = 12$ $13 - 12 = 1$
Resultado = **2 r 1**

Paso 1.- Cálculo $6 \overline{)28} = 4.66$
 1er. mitad de $28 = \underline{14} +$
 Parcial = 42
 (42/10)= 4.2 *se redondea

Paso 2.- Precisión

$6 * \underline{4} = 24$ $28 - 24 = 4 = r$
Resultado = **4 r 4**





Ejemplos:

Dividiendo entre 7:

Forma # 1 =

Es igual al (original + la mitad) /10

$(U+M)/10$ *se desechan las fracciones

Paso 1.- Cálculo: $7 \overline{)13}$
 mitad de 13 = $\frac{6.5}{19.5 / 10 = 1.95}$

*se desecha la fracción

Paso 2.- Precisión

$$7 * 1 = 7 \qquad 13 - 7 = 4$$

Resultado = 1 r 4

Paso 1.- Cálculo: $7 \overline{)63}$
 mitad de 63 = $\frac{31.5}{94.5 / 10 = 9.45}$

*se desecha la fracción

Paso 2.- Precisión

$$7 * 9 = 63 \qquad 63 - 63 = 0$$

Resultado = 9 r 0

Ejemplos:Dividiendo entre 7:*Forma # 2 =*

Es igual multiplicar x 14 + (el 1º núm. x 3) y dividir entre 100

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar x 14: } 14 \times 13 = \\ \text{(el 1º núm. x 3) } 3 \times \underline{1} = \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \overline{) 13} = 1.85 \\ \underline{182} \\ + \\ \underline{3} \\ 185/100 = \mathbf{1.85 = Resultado} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar x 14: } 14 \times 63 = \\ \text{(el 1º núm. x 3) } 3 \times \underline{6} = \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \overline{) 63} = 9 \\ \underline{882} + \\ \underline{18} \\ 900/100 = \mathbf{9 = Resultado} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar x 14: } 14 \times 528 = \\ \text{(el 1º núm. x 3) } 3 \times \underline{50} = \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \overline{) 528} = 75.42 \\ \underline{7392} + \\ \underline{150} \\ 7542/100 = \mathbf{75.42 = Resultado} \end{array}$$



Ejemplos:

Dividiendo entre 8:

Es igual a sacar 3 mitades del número: **3M**

	$8 \overline{) 13}$	
1er. mitad de 13	= 6.50	
2da. mitad de 6.5	= 3.25	
3a. mitad de 3.	= 1.5	Aquí dividimos la cantidad 3.25 en dos
3a. mitad de 0.25	= 0.125	
	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>	
	1.625	

Resultado= 1.625

	$8 \overline{) 64}$
1er. mitad de 64	= 32
2da. mitad de 32	= 16
3a. mitad de 16	= 8

Resultado= 8

	$8 \overline{) 34}$
1er. mitad de 34	= 17
2da. mitad de 17	= 8.5
3a. mitad de 8.5	= 4.25

Resultado= 4.25

Ejemplos:Dividiendo entre 9:

Es la suma sucesiva de cada uno de los dígitos: $\Sigma \#$
 (La última suma es el remante)

$$9 \overline{) 13} = 1.44$$

Resultado= 1 r 4

$$9 \overline{) 45} = 5$$

Resultado= 5

$$9 \overline{) 325} = 36.11$$

Resultado= 36 r 1





Ejemplos:

Dividiendo entre 10:

Es muy simple; solo añadimos un punto a la derecha: 0.0

$$10 \overline{)13}$$

En este caso 1.3

$$10 \overline{)130}$$

En este caso 13.0 Es igual a 13

Ejemplos:Dividiendo entre **11**:

Es la resta sucesiva de cada uno de los dígitos: - Σ #
(El último número es el remante)

$$11 \overline{) 13} \quad (3 - 1 = 2)$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 13} \\ - 1 \\ \hline 2 \end{array} = r 2$$

Resultado= 1 r 2

$$11 \overline{) 65} \quad (5 - 6 = -1) \text{ como no se puede se añade uno al 5}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 65} \\ - 6 \\ \hline 15 \end{array} \quad (15 - 11 = 4 = r)$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 65} \\ - 6 \\ \hline 15 \\ - 1 \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{se le quita el uno que le prestó al 5}$$

$$ 5 \quad r 10$$

Resultado= 5 r 10

$$11 \overline{) 6129} = 57.18$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 6129} \\ - 6 \\ \hline 12 \end{array} \quad (6-2=6) \text{ como no se puede, se vuelve 12}$$

$$\begin{array}{r} \overline{) 6129} \\ - 6 \\ \hline 12 \\ - 1 \\ \hline 5 \end{array} \quad \text{se le resta el uno que le prestó al 6}$$

$$ 5 \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$ 7 \quad \begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline 7 \\ - 7 \\ \hline 2 \end{array}$$

Resultado= 57 r 2



Ejercicios:

Dividiendo entre 2:

Forma # 1 = Es igual a la mitad del número: **M**

1)
$$2 \overline{) 23}$$
 mitad de: $23 = 11.5 \quad m$
Resultado 11.5

2)
$$2 \overline{) 119}$$
 mitad de: $100 = 50 + m$
 mitad de: $19 = \underline{9.5} \quad m$
Resultado 59.5

Forma # 2 =

3)
$$2 \overline{) 19}$$

$$19 - 1 = 18$$
 mitad de 18 = 9
Resultado 9 r1

4)
$$2 \overline{) 21}$$
 Mitad de $21 =$ mitad de 20 = 10 +
 mitad de $1 = \underline{0.5}$
Resultado = 10.5

Ejercicios:Dividiendo entre 3:

Es igual a la mitad - 2 mitades del número original:

U - (m+2m) *se desechan las fracciones.

U	(m + 2 m)= p	U- p = R
3	$1.5 + 0.75 = 2.25$	$3 - 2 = 1$
5	$2.5 + 1.25 = 3.75 \approx 4$	$5 - 4 = 1 \text{ r } 2$
6	$3 + 1.5 = 4.5$	$6 - 4 = 2$
8	$4 + 2 = 6$	$8 - 6 = 2 \text{ r } 2$
9	$4.5 + 2.25 = 6.75$	$9 - 6 = 3$
12	$6 + 3 = 9$	$12 - 9 = 3; 3/3 = 1 \cdot 3 + 1 = 4$
16	$8 + 4 = 12$	$16 - 12 = 4; 4/3 = 1 \cdot 4 + 1 = 5 \text{ r } 1$
18	$9 + 4.5 = 13.5$	$18 - 13 = 5; 3/3 = 1 \cdot 5 + 1 = 6$
19	$9.5 + 4.75 = 14.25$	$19 - 14 = 5; 4/3 = 1 \cdot 6 + 1 = 6 \text{ r } 1$
20	$10 + 5 = 15$	$20 - 15 = 5; 5/3 = 1 \cdot 5 + 1 = 6 \text{ r } 2$
21	$10 + 5.5 = 15.5$	$21 - 15 = 6; 3/3 = 1 \cdot 6 + 1 = 7$
23	$11.5 + 5.75 = 17.25$	$23 - 17 = 6; 5/3 = 1 \cdot 6 + 1 = 7 \text{ r } 2$
24	$12 + 6 = 18$	$24 - 18 = 6; 6/3 = 2 \cdot 6 + 2 = 8$
25	$12.5 + 6.25 = 18.75$	$25 - 18 = 7; 4/3 = 1 \cdot 7 + 1 = 8 \text{ r } 1$
27	$13.5 + 6.75 = 20.25$	$27 - 20 = 7; 6/3 = 2 \cdot 7 + 2 = 9$
28	$14 + 7 = 21$	$28 - 21 = 7; 7/3 = 2 \cdot 7 + 2 = 9 \text{ r } 1$
29	$14.5 + 7.25 = 21.75$	$29 - 21 = 8; 5/3 = 1 \cdot 8 + 1 = 9 \text{ r } 2$
66	$33 + 16.5 = 49.5$	$66 - 49 = 17; (17 \times 3) = 51$ $66 - 51 = 15; 15/3 = 5 \cdot 17 + 5 = 22$
71	$35 + 17 = 52$	$71 - 25 = 19; (19 \times 3) = 57$ $71 - 57 = 14; 14/3 = 4 \text{ r } 2; 19 + 4 = 23 \text{ r } 2$





Ejercicios:

Dividiendo entre 3:

1)

Paso 1.- Cálculo:

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 12} \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}$$

1er. mitad de 12 = 6
 2da. mitad de 6 = 3 +
 Parcial = 9
 12 - 9 = 3

Paso 2.- Precisión

$$3 * 3 = 9$$

$$12 - 9 = 3 = 3/3 = 1 \cdot 3 + 1 = 4$$

Resultado = 4

2)

Paso 1.- Cálculo:

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 20} \\
 \underline{20} \\
 0
 \end{array}$$

1er. mitad de 20 = 10
 2da. mitad de 10 = 5 +
 Parcial = 15
 20 - 15 = 5

Paso 2.- Precisión

$$3 * 5 = 15$$

$$20 - 15 = 5 = 5/3 = 1 \cdot 3 + 1 = \underline{6} \text{ r } 2$$

Resultado = 6 r2

Ejercicios:Dividiendo entre 4:*Forma # 1* = Es igual a 2 mitades del número: 2M

1)
$$4 \overline{) 23}$$
mitad de: $23 = 11.5$ m
mitad de: $10 = 5$ m
mitad de: $1 = 0.5$ m
mitad de: $0.5 = 0.25 +$ m
Resultado 5.75

2)
$$4 \overline{) 119}$$
mitad de: $119 = 59.5$ m
mitad de: $50 = 25$ m
mitad de: $9 = 4.5$ m
mitad de: $0.5 = 0.25 +$ m
Resultado 29.75

Forma # 2 =

3)
$$4 \overline{) 19} = 19 - 1 = 18$$
$$1^{\text{a}} \text{ mitad de } 18 = 9 + 1^{\text{a}} \text{ mitad de } 1 = 0.5$$
$$2^{\text{a}} \text{ mitad de } 9 = 4.5 + 2^{\text{a}} \text{ mitad de } 0.5 = 0.25$$
Resultado $= 4.5 + 0.25 = 4.75$

4)
$$4 \overline{) 21} = 21 - 1 = 20$$
$$1^{\text{a}} \text{ mitad de } 20 = 10 + 1^{\text{a}} \text{ mitad de } 1 = 0.5$$
$$2^{\text{a}} \text{ mitad de } 10 = 5 + 2^{\text{a}} \text{ mitad de } 0.5 = 0.25$$
Resultado $= 5. + 0.25 = 5.25$



Ejercicios:Dividiendo entre 5:Es igual al doble del número /10: **D/10**

$$1) \quad 5 \overline{)23} =$$

Doble de 23 = 46 / 10 = 4.6

Resultado = **4.6**

$$2) \quad 5 \overline{)119} =$$

Doble de 119 = 238 / 10 = 23.8

Resultado = **23.8**

$$3) \quad 5 \overline{)60} =$$

Doble de 60 = 120 / 10 = 12

Resultado = **12**

$$4) \quad 5 \overline{)36.4} =$$

Doble de 36.4 = 72.8 / 10 = 7.28

Resultado = **7.28**

$$5) \quad 5 \overline{)4.25} =$$

Doble de 4.25 = 8.5 / 10 = 0.85

Resultado = **0.85**

Ejercicios:

Dividiendo entre 6: Es igual a la mitad /10 + número original:

$$U - (m/10) \text{ *se desechan las fracciones}$$

1)

Paso 1.- Cálculo

$$6 \overline{) 45}$$

$$\text{1er. mitad de } 45 = \underline{22.5} +$$

$$\text{Parcial} = 67.5$$

$$(67.5/10) = 6.75 \text{ *se desecha la fracción}$$

Paso 2.- Precisión

$$6 * \underline{6} = 36 \qquad 45 - 36 = 9; \quad 9/6 = \underline{1} \text{ r } 3$$

$$\text{Resultado} = \underline{6} + \underline{1} = \underline{7 \text{ r } 3}$$

2)

Paso 1.- Cálculo

$$6 \overline{) 59}$$

$$\text{1er. mitad de } 59 = \underline{29.5} +$$

$$\text{Parcial} = 88.5$$

$$(88.5/10) = 8.85 \text{ *se desecha la fracción}$$

Paso 2.- Precisión

$$6 * \underline{8} = 48 \qquad 59 - 48 = 11 \quad 11/6 = \underline{1} \text{ r } 5$$

$$\text{Resultado} = \underline{8} + \underline{1} = \underline{9 \text{ r } 5}$$

3)

Paso 1.- Cálculo

$$6 \overline{) 101}$$

$$\text{1er. mitad de } 101 = \underline{50.5} +$$

$$\text{Parcial} = 151.5$$

$$(151.5/10) = 15.15 \text{ *se desecha la fracción}$$

Paso 2.- Precisión

$$6 * \underline{15} = 90 \qquad 101 - 90 = 11; \quad 11/6 = \underline{1} \text{ r } 5$$

$$\text{Resultado} = \underline{15} + \underline{1} = \underline{16 \text{ r } 5}$$





Ejercicios:

Dividiendo entre 7: Es igual al (original + la mitad) / 10

1)

Paso 1.- Cálculo: $7 \overline{)69}$
 mitad de 69 = $\frac{34.5}{103.5} +$ *se desecha la fracción
 $103.5 / 10 = 10.35$

Paso 2.- Precisión

$$7 * 10 = 70 > 69 \text{ se resta 1 a } 10 = 9$$

$$7 * 9 = 63 \qquad 69 - 63 = 6$$

Resultado = 9 r 6

2)

Paso 1.- Cálculo: $7 \overline{)98}$
 $9/7 = 1 \text{ r } 28$ se baja el 8
 $7 \overline{)28}$ mitad de 28 = $14 + 28 = 42 / 10 = 4.2$
 *se desecha la fracción

Paso 2.- Precisión

$$7 * 14 = 98$$

Resultado = 14 r 0

3)

Paso 1.- Cálculo: $7 \overline{)111}$
 mitad de 111 = $\frac{55.5}{165.5} +$ *se desecha la fracción
 $165.5 / 10 = 16.55$

Paso 2.- Precisión

$$7 * 16 = 112 > 111 \text{ se resta 1 a } 16 = 15$$

$$7 * 15 = 105 \qquad 111 - 105 = 6$$

Resultado = 15 r 6

Ejemplos:Dividiendo entre 7:*Forma # 2 =*

Es igual a multiplicar x 14 + (el 1° núm. x 3) y dividir entre 100

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar x 14: } 14 \times 33 = \\ \text{(el 1° núm. x 3) } 3 \times \underline{3} = \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \overline{) 33} = 4.71 \\ \underline{462} \\ + \\ \underline{9} \\ 471 / 100 = \mathbf{4.71 = Resultado} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar x 14: } 14 \times 77 = \\ \text{(el 1° núm. x 3) } 3 \times \underline{7} = \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \overline{) 77} = 11 \\ \underline{1078} + \\ \underline{21} \\ \underline{1099} / 100 = \mathbf{10.99} \\ \text{Se redondea} = \mathbf{11 Resultado} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Multiplicar x 14: } 14 \times 208 = \\ \text{(el 1° núm. x 3) } 3 \times \underline{20} = * \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \overline{) 208} = 29.71 \\ \underline{2912} + \\ \underline{60} \\ 2972 / 100 = \mathbf{29.72 = Resultado} \end{array}$$

*Nota: en este caso de 3 digitos se toman los 2 primeros (el 20) y se multiplica por 3.





Ejercicios:

Dividiendo entre 8:

Es igual a 3 mitades del número: 3M

1) $8 \overline{) 23}$

1ª. mitad de:	23 =	11.5	m
2ª. mitad de:	11.5 =	5.75	m
3ª. mitad de:	5.75 =	<u>2.875</u>	m
Resultado		2.875	

2) $8 \overline{) 119}$

1ª. mitad de:	119 =	59.5	m
2ª. mitad de:	59.5 =	29.75	m
3ª. mitad de:	29.75 =	<u>14.875</u>	m
Resultado		14.875	

3) $8 \overline{) 60}$

1ª. mitad de:	60 =	30	m
2ª. mitad de:	30 =	15	m
3ª. mitad de:	15 =	<u>7.5</u>	m
Resultado		7.5	

4) $8 \overline{) 88}$

1ª. mitad de:	88 =	44	m
2ª. mitad de:	44 =	22	m
3ª. mitad de:	22 =	<u>11</u>	m
Resultado		11	

Ejercicios:Dividiendo entre 9:

Es la suma sucesiva de cada uno de los dígitos

$$\begin{array}{r}
 1) \quad 9 \overline{) 87} \\
 \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad 8 + 7 = (15/9) = \underline{1} \text{ r } 6 \\
 \quad \quad + \underline{1} \\
 \quad \quad 9
 \end{array}$$

Resultado= 9 r 6

$$\begin{array}{r}
 2) \quad 9 \overline{) 105} \\
 \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad 10 + 5 = (15/9) = \underline{1} \text{ r } 6 \\
 \quad \quad + \underline{1} \\
 \quad \quad = 11
 \end{array}$$

Resultado= 11 r 6

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \downarrow 2 \ 7 \ 4 / 9 \\
 \Sigma \quad \swarrow \swarrow \\
 \quad \quad 2 \ 9 \ (13/9) = \underline{1} \text{ r } 4 \\
 \quad \quad + \underline{1} \\
 \quad \quad 3 \ 0 \ \text{r } 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4) \quad \downarrow 1 \ 0 \ 1 / 9 \\
 \quad \quad \swarrow \swarrow \\
 \quad \quad 1 \ 1 \ (2) = r
 \end{array}$$

Resultado= 11 r 2

$$\begin{array}{r}
 5) \quad \downarrow 3 \ 2 \ 1 \ 4 / 9 \\
 \Sigma \quad \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \quad \quad 3 \ 5 \ 6 \ (10/9) = \underline{1} \text{ r } 1 \\
 \quad \quad + \underline{1} \\
 \quad \quad 3 \ 5 \ 7 \ \text{r } 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6) \quad \downarrow 8 \ 7 \ 6 \ 9 / 9 \\
 \quad \quad \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \quad \quad 8 \ 5 \ 1 \ (30/9) = \underline{3} \text{ r } 3 \\
 \quad \quad + \underline{1 \ 2 \ 3}
 \end{array}$$

Resultado= 9 7 4 r 3

$$\begin{array}{r}
 7) \quad \downarrow 1 \ 2 \ 3 \ 4 / 9 \\
 \Sigma \quad \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \quad \quad 1 \ 3 \ 6 \ (10/9) = \underline{1} \text{ r } 1 \\
 \quad \quad + \underline{1} \\
 \quad \quad 1 \ 3 \ 7 \ \text{r } 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8) \quad \downarrow 9 \ 0 \ 8 \ 9 / 9 \\
 \quad \quad \swarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \quad \quad 9 \ 9 \ 7 \ (26/9) = \underline{2} \text{ r } 8 \\
 \quad \quad + \underline{1 \ 2} \\
 \quad \quad 9 \ 0 \ 9 \ \text{r } 8 \\
 \quad \quad \underline{1} \quad +
 \end{array}$$

Resultado= 10 0 9 r 8



Ejercicios:

Dividiendo entre **10**:

Es igual a poner o correr un punto a la izquierda del número:

1) $10 \overline{) 43}$
Resultado = 4.3

2) $10 \overline{) 34.5}$
Resultado = 3.45

3) $10 \overline{) 28.25}$
Resultado = 2.825

Ejercicios:Dividiendo entre 11:

Es la resta sucesiva de cada uno de los dígitos

$$\begin{array}{r}
 1) \quad 7 \ 9 \ 2 / 11 \\
 -\Sigma \quad \downarrow \swarrow \swarrow \\
 7 - 2 - (0) = r \\
 7 \ 2 \ r \ 0 \quad \text{Resultado} = 11 \ r \ 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 2) \quad 1 \ 2 \ 3 / 11 \\
 \downarrow \swarrow \swarrow \\
 1 \ 1 \ (2) = r \\
 \text{Resultado} = 11 \ r \ 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad 8 \ 14 \ 11 \ 5 / 11 \\
 -\Sigma \quad \downarrow \swarrow \swarrow \\
 8 - 7 \ 5 \ (0) = r \\
 \underline{7 \ 6} \\
 7 \ 6 \ 5 \ r \ 0 \quad \text{Resultado} = 7 \ 9 \ 7 \ r \ 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 4) \quad 8 \ 17 \ 16 \ 9 / 11 \\
 \downarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 8 - 10 \ 7 \ (2) = r \\
 \underline{7 \ 9} \\
 7 \ 9 \ 7 \ r \ 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5) \quad 1 \ 2 \ 3 \ 4 / 11 \\
 -\Sigma \quad \downarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \underline{1 \ 1 \ 2} \ (2) = r \\
 1 \ 1 \ 2 \ r \ 2 \quad \text{Resultado} = 8 \ 2 \ 6 \ r \ 3
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 6) \quad 9 \ 10 \ 8 \ 9 / 11 \\
 \downarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \underline{9 \ 2 \ 6} \ (3) = r \\
 8 \ 2 \ 6 \ r \ 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7) \quad 3 \ 12 \ 11 \ 4 / 11 \\
 -\Sigma \quad \downarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \underline{3 \ 10 \ 2} \ (2) = r \\
 \underline{2 \ 9 \ 2} \\
 2 \ 9 \ 2 \ r \ 2 \quad \text{Resultado} = 7 \ 9 \ 7 \ r \ 2
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 8) \quad 8 \ 17 \ 16 \ 9 / 11 \\
 \downarrow \swarrow \swarrow \swarrow \\
 \underline{8 \ 10 \ 7} \ (2) = r \\
 \underline{7 \ 9 \ 7} \\
 7 \ 9 \ 7 \ r \ 2
 \end{array}$$





Números al Cuadrado

¿Qué son los números al cuadrado?

Son la sumatoria de números nones consecutivos:

Los números nones son: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ... y así sucesivamente.

Por lo tanto, si sumamos números nones, estamos elevando esos números al cuadrado, veamos la siguiente tabla:

1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2
$1 = 1$								
$1 + 3 = 4$								
$1 + 3 + 5 = 9$								
$1 + 3 + 5 + 7 = 16$								
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$								
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$								
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49$								
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 64$								
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 81$								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Cantidad de números nones:

Ejemplo:

Si sumo dos números nones, se eleva el 2 al cuadrado.

Si sumo tres números nones se eleva el 3 al cuadrado y así sucesivamente, observen con atención la tabla anterior.

Números al cuadrado: Método de Aitken

$$13^2 = \begin{cases} +3=16 \\ -3=10 \end{cases} \quad (16 \times 10) + (3 \times 3) = 160 + 9 = 169$$

$$27^2 = \begin{cases} +7=34 \\ -7=20 \end{cases} \quad (34 \times 20) + (7 \times 7) = 680 + 49 = 729$$

$$36^2 = \begin{cases} +6=42 \\ -6=30 \end{cases} \quad (42 \times 30) + (6 \times 6) = 1260 + 36 = 1296$$

$$41^2 = \begin{cases} +1=42 \\ -1=40 \end{cases} \quad (42 \times 40) + (1 \times 1) = 1680 + 1 = 1681$$

$$52^2 = \begin{cases} +2=54 \\ -2=50 \end{cases} \quad (54 \times 50) + (2 \times 2) = 2700 + 4 = 2704$$

$$64^2 = \begin{cases} +4=68 \\ -4=60 \end{cases} \quad (68 \times 60) + (4 \times 4) = 4080 + 16 = 4096$$

$$75^2 = \begin{cases} +5=80 \\ -5=70 \end{cases} \quad (80 \times 70) + (5 \times 5) = 5600 + 25 = 5625$$

$$89^2 = \begin{cases} +9=98 \\ -9=80 \end{cases} \quad (98 \times 80) + (9 \times 9) = 7840 + 81 = 7921$$

$$98^2 = \begin{cases} +8=106 \\ -8=90 \end{cases} \quad (106 \times 90) + (8 \times 8) = 9540 + 64 = 9604$$

Números al cuadrado: Método de Aitken

X ²	Total	b	X + b	X - b	(X+b) * (X-b)	b ²	Suma
27	729	3	27+3=30	27-3=24	30*24=720	3*3=9	720+9=729
27	729	7	27+7=34	27-7=20	34*20=680	7*7=49	680+49=729
32	1024	2	34	30	1020	4	1024
32	1024	8	40	24	960	64	1024
32	1024	5	37	27	999	25	1024
35	1225	5	40	30	1200	25	1225
46	2116	4	50	42	2100	16	2116
46	2116	6	52	40	2080	36	2116
48	2304	2	50	46	2300	4	2304
48	2304	8	56	40	2240	64	2304
48	2304	3	51	45	2295	9	2304

Se recomienda tomar el número más cercano a la decena, de esa manera las operaciones se facilitan

Números que empiezan con 10:

Ejemplos:

$$10^2 = 10 * 10 = 100$$

$$11^2 = 11 + 1 = 12 + (1 * 1) = 1 \text{ se juntan} = 121$$

$$12^2 = 12 + 2 = 14 + (2 * 2) = 4 \text{ se juntan} = 144$$

$$13^2 = 13 + 3 = 16 + (3 * 3) = 9 \text{ se juntan} = 169$$

$$14^2 = 14 + 4 = 18 + (4 * 4) = 16 \text{ se juntan} = 196$$

+ 16 en caso de las decenas

196 se suman

$$15^2 = 15 + 5 = 20 + (5 * 5) = 25 \text{ se juntan} = 225$$

+ 25 en caso de las decenas

225 se suman

$$16^2 = 16 + 6 = 22 + (6 * 6) = 36 \text{ se juntan} = 256$$

+ 36 en caso de las decenas

256 se suman

$$17^2 = 17 + 7 = 24 + (7 * 7) = 49 \text{ se juntan} = 289$$

+ 49 en caso de las decenas

289 se suman

$$18^2 = 18 + 8 = 26 + (8 * 8) = 64 \text{ se juntan} = 324$$

+ 64 en caso de las decenas

324 se suman

$$19^2 = 19 + 9 = 28 + (9 * 9) = 81 \text{ se juntan} = 361$$

+ 81 en caso de las decenas

361 se suman

Números que empiezan con 20:

Ejemplos:

$$20^2 = 20 * 20 = 400$$

$$21^2 = 21 + 1 = 22 \text{ el Doble} = 44 + (1 * 1) = 1 \text{ se juntan} = 441$$

$$22^2 = 22 + 2 = 24 \text{ el Doble} = 48 + (2 * 2) = 4 \text{ se juntan} = 484$$

$$23^2 = 23 + 3 = 26 \text{ el Doble} = 52 + (3 * 3) = 9 \text{ se juntan} = 529$$

$$24^2 = 24 + 4 = 28 \text{ el Doble} = 56 + (4 * 4) = 16 \text{ se juntan} = 576$$

$$+ \underline{16} \text{ en caso de las decenas}$$

$$576 \text{ se suman}$$

$$25^2 = 25 + 5 = 30 \text{ el Doble} = 60 + (5 * 5) = 25 \text{ se juntan} = 625$$

$$+ \underline{25} \text{ en caso de las decenas}$$

$$625 \text{ se suman}$$

$$26^2 = 26 + 6 = 32 \text{ el Doble} = 64 + (6 * 6) = 36 \text{ se juntan} = 676$$

$$+ \underline{36} \text{ en caso de las decenas}$$

$$676 \text{ se suman}$$

$$27^2 = 27 + 7 = 34 \text{ el Doble} = 68 + (7 * 7) = 49 \text{ se juntan} = 729$$

$$+ \underline{49} \text{ en caso de las decenas}$$

$$729 \text{ se suman}$$

$$28^2 = 28 + 8 = 36 \text{ el Doble} = 72 + (8 * 8) = 64 \text{ se juntan} = 784$$

$$+ \underline{64} \text{ en caso de las decenas}$$

$$784 \text{ se suman}$$

$$29^2 = 29 + 9 = 38 \text{ el Doble} = 76 + (9 * 9) = 81 \text{ se juntan} = 841$$

$$+ \underline{81} \text{ en caso de las decenas}$$

$$841 \text{ se suman}$$

Números que empiezan con 30:

Ejemplos:

$$30^2 = 30 * 30 = 900$$

$$31^2 = 31 + 1 = 32 \text{ el Triple} = 96 + (1 * 1) = 1 \text{ se juntan} = 961$$

$$32^2 = 32 + 2 = 34 \text{ el Triple} = 102 + (2 * 2) = 4 \text{ se juntan} = 1024$$

$$33^2 = 33 + 3 = 36 \text{ el Triple} = 108 + (3 * 3) = 9 \text{ se juntan} = 1089$$

$$34^2 = 34 + 4 = 38 \text{ el Triple} = 114 + (4 * 4) = 16 \text{ se juntan} = 1156$$

$$\begin{array}{r} + \underline{16} \\ 1156 \end{array} \text{ en caso de las decenas} \\ \text{se suman}$$

$$35^2 = 35 + 5 = 40 \text{ el Triple} = 120 + (5 * 5) = 25 \text{ se juntan} = 1225$$

$$\begin{array}{r} + \underline{25} \\ 1225 \end{array} \text{ en caso de las decenas} \\ \text{se suman}$$

$$36^2 = 36 + 6 = 42 \text{ el Triple} = 126 + (6 * 6) = 36 \text{ se juntan} = 1296$$

$$\begin{array}{r} + \underline{36} \\ 1296 \end{array} \text{ en caso de las decenas} \\ \text{se suman}$$

$$37^2 = 37 + 7 = 44 \text{ el Triple} = 132 + (7 * 7) = 49 \text{ se juntan} = 1369$$

$$\begin{array}{r} + \underline{49} \\ 1369 \end{array} \text{ en caso de las decenas} \\ \text{se suman}$$

$$38^2 = 38 + 8 = 46 \text{ el Triple} = 138 + (8 * 8) = 64 \text{ se juntan} = 1444$$

$$\begin{array}{r} + \underline{64} \\ 1444 \end{array} \text{ en caso de las decenas} \\ \text{se suman}$$

$$39^2 = 39 + 9 = 48 \text{ el Triple} = 144 + (9 * 9) = 81 \text{ se juntan} = 1521$$

$$\begin{array}{r} + \underline{81} \\ 1521 \end{array} \text{ en caso de las decenas} \\ \text{se suman}$$

Números que empiezan con 40:

Ejemplos:

$$40^2 = 40 * 40 = 1600$$

$$41^2 = 41 + 1 = 42 \text{ (2 dobles)} = 168 + (1 * 1) = 1 \text{ se juntan} = 1681$$

$$42^2 = 42 + 2 = 44 \text{ (2 dobles)} = 176 + (2 * 2) = 4 \text{ se juntan} = 1764$$

$$43^2 = 43 + 3 = 46 \text{ (2 dobles)} = 184 + (3 * 3) = 9 \text{ se juntan} = 1849$$

$$44^2 = 44 + 4 = 48 \text{ (2 dobles)} = 192 + (4 * 4) = 16 \text{ se juntan} = 1936$$

$$+ \underline{16} \text{ en caso de las decenas}$$

$$1936 \text{ se suman}$$

$$45^2 = 45 + 5 = 50 \text{ (2 dobles)} = 200 + (5 * 5) = 25 \text{ se juntan} = 2025$$

$$+ \underline{25} \text{ en caso de las decenas}$$

$$2025 \text{ se suman}$$

$$46^2 = 46 + 6 = 52 \text{ (2 dobles)} = 208 + (6 * 6) = 36 \text{ se juntan} = 2116$$

$$+ \underline{36} \text{ en caso de las decenas}$$

$$2116 \text{ se suman}$$

$$47^2 = 47 + 7 = 54 \text{ (2 dobles)} = 216 + (7 * 7) = 49 \text{ se juntan} = 2209$$

$$+ \underline{49} \text{ en caso de las decenas}$$

$$2209 \text{ se suman}$$

$$48^2 = 48 + 8 = 56 \text{ (2 dobles)} = 224 + (8 * 8) = 64 \text{ se juntan} = 2304$$

$$+ \underline{64} \text{ en caso de las decenas}$$

$$2304 \text{ se suman}$$

$$49^2 = 49 + 9 = 58 \text{ (2 dobles)} = 232 + (9 * 9) = 81 \text{ se juntan} = 2401$$

$$+ \underline{81} \text{ en caso de las decenas}$$

$$2401 \text{ se suman}$$



Números que empiezan con 5:

Esta técnica nos sirve para todos los números 50's

Ejemplo: 52^2

$$(5)2^2 = 5 \times 5 = 25$$

- 1°. Se toma la unidad "2" y se suma a 25:
 $25 + 2 = 27$ (1ª. Mitad de la respuesta)
- 2°. Se eleva al cuadrado la unidad "2"
 $2 \times 2 = 04$ (2ª. Mitad de la respuesta)
- 3ª. Se juntan 2,704

Ejemplo: 57^2

- 1°. Se toma la unidad "7" y se suma a 25:
 $25 + 7 = 32$ (1ª. Mitad de la respuesta)
- 2°. Se eleva al cuadrado la unidad "7"
 $7 \times 7 = 49$ (2ª. Mitad de la respuesta)
- 3ª. Se juntan 3,249



Números que empiezan con 60:

Ejemplos:

$$60^2 = 60 \cdot 60 = 3600$$

$$\begin{array}{r} 61^2 = 61 - 50 = 11^2 = \quad 121 \\ \quad 25 + 11 = \quad \underline{3600+} \\ 3721 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 62^2 = 62 - 50 = 12^2 = \quad 144 \\ \quad 25 + 12 = \quad \underline{3700+} \\ 3844 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63^2 = 63 - 50 = 13^2 = \quad 169 \\ \quad 25 + 13 = \quad \underline{3800+} \\ 3969 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64^2 = 64 - 50 = 14^2 = \quad 196 \\ \quad 25 + 14 = \quad \underline{3900+} \\ 4096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66^2 = 66 - 50 = 16^2 = \quad 256 \\ \quad 25 + 16 = \quad \underline{4100+} \\ 4356 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 67^2 = 67 - 50 = 17^2 = \quad 289 \\ \quad 25 + 17 = \quad \underline{4200+} \\ 4489 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 68^2 = 68 - 50 = 18^2 = \quad 324 \\ \quad 25 + 18 = \quad \underline{4300+} \\ 4624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69^2 = 69 - 50 = 19^2 = \quad 361 \\ \quad 25 + 19 = \quad \underline{4400+} \\ 4761 \end{array}$$

Números que empiezan con 70:

Ejemplos:

$$70^2 = 70 \cdot 70 = 4900$$

$$\begin{array}{r} 71^2 = 71 - 50 = 21^2 = 441 \\ 25 + 21 = \underline{4600+} \\ 5041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72^2 = 72 - 50 = 22^2 = 484 \\ 25 + 22 = \underline{4700+} \\ 5184 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 73^2 = 73 - 50 = 23^2 = 529 \\ 25 + 23 = \underline{4800+} \\ 5329 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 74^2 = 74 - 50 = 24^2 = 576 \\ 25 + 24 = \underline{4900+} \\ 5476 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76^2 = 76 - 50 = 26^2 = 676 \\ 25 + 26 = \underline{5100+} \\ 5776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77^2 = 77 - 50 = 27^2 = 729 \\ 25 + 27 = \underline{5200+} \\ 5929 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 78^2 = 78 - 50 = 28^2 = 784 \\ 25 + 28 = \underline{5300+} \\ 6084 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 79^2 = 79 - 50 = 29^2 = 841 \\ 25 + 29 = \underline{5400+} \\ 6241 \end{array}$$

Números que empiezan con 80:

Ejemplos:

$$80^2 = 80 \cdot 80 = 6400$$

$$\begin{array}{r} 81^2 = 100 - 81 = 19^2 = 361 \\ 81 - 19 = \underline{6200+} \\ 6561 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 82^2 = 100 - 82 = 18^2 = 324 \\ 82 - 18 = \underline{6400+} \\ 6724 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83^2 = 100 - 83 = 17^2 = 289 \\ 83 - 17 = \underline{6600+} \\ 6889 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 84^2 = 100 - 84 = 16^2 = 256 \\ 84 - 16 = \underline{6800+} \\ 7056 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86^2 = 100 - 86 = 14^2 = 196 \\ 86 - 14 = \underline{7200+} \\ 7396 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87^2 = 100 - 87 = 13^2 = 169 \\ 87 - 13 = \underline{7400+} \\ 7569 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 88^2 = 100 - 88 = 12^2 = 144 \\ 88 - 12 = \underline{7600+} \\ 7744 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 89^2 = 100 - 89 = 11^2 = 121 \\ 89 - 11 = \underline{7800+} \\ 7921 \end{array}$$

Números que empiezan con 90:

Ejemplos:

$$90^2 = 90 \cdot 90 = 8100$$

$$\begin{array}{r} 91^2 = 100 - 91 = 9^2 = \quad 81 \\ 91 - 9 = \quad \underline{8200+} \\ 8281 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92^2 = 100 - 92 = 8^2 = \quad 64 \\ 92 - 8 = \quad \underline{8400+} \\ 8464 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 93^2 = 100 - 93 = 7^2 = \quad 49 \\ 93 - 7 = \quad \underline{8600+} \\ 8649 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 94^2 = 100 - 94 = 6^2 = \quad 36 \\ 94 - 6 = \quad \underline{8800+} \\ 8836 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96^2 = 100 - 96 = 4^2 = \quad 16 \\ 96 - 4 = \quad \underline{9200+} \\ 9216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 97^2 = 100 - 97 = 3^2 = \quad 09 \\ 97 - 3 = \quad \underline{9400+} \\ 9409 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98^2 = 100 - 98 = 2^2 = \quad 04 \\ 98 - 2 = \quad \underline{9600+} \\ 9604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 99^2 = 100 - 99 = 1^2 = \quad 01 \\ 99 - 1 = \quad \underline{9800+} \\ 9801 \end{array}$$

Números que empiezan con 100:

Ejemplos:

$$100^2 = 100 \times 100 = 10,000$$

$$\begin{aligned} 101^2 &= 101 - 100 = 1^2 = && 01 \\ &101 + 1 = && \underline{10,200+} \\ &&& 10,201 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 102^2 &= 102 - 100 = 2^2 = && 04 \\ &102 + 2 = && \underline{10,400+} \\ &&& 10,404 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 103^2 &= 103 - 100 = 3^2 = && 09 \\ &103 + 3 = && \underline{10,600+} \\ &&& 10,609 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 104^2 &= 104 - 100 = 4^2 = && 16 \\ &104 + 4 = && \underline{10,800+} \\ &&& 10,816 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 106^2 &= 106 - 100 = 6^2 = && 36 \\ &106 + 6 = && \underline{11,200+} \\ &&& 11,236 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 107^2 &= 107 - 100 = 7^2 = && 49 \\ &107 + 7 = && \underline{11,400+} \\ &&& 11,449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 108^2 &= 108 - 100 = 8^2 = && 64 \\ &108 + 8 = && \underline{11,600+} \\ &&& 11,664 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 109^2 &= 109 - 100 = 9^2 = && 81 \\ &109 + 9 = && \underline{11,800+} \\ &&& 11,881 \end{aligned}$$

Números que terminan en 2 y 8:

Ejemplos:

Terminan en 2:

$$2^2=4$$

$$22^2= 20*24= \begin{array}{r} 480 \\ + \underline{4} \end{array}$$

Respuesta= **484**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 2 arriba y 2 abajo
Sumar 4

$$72^2= 70*74= \begin{array}{r} 5180 \\ + \underline{4} \end{array}$$

Respuesta= **5184**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 2 arriba y 2 abajo
Sumar 4

Terminan en 8:

$$2^2=4$$

$$28^2= 26*30= \begin{array}{r} 780 \\ + \underline{4} \end{array}$$

Respuesta= **784**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 2 arriba y 2 abajo
Sumar 4

$$78^2= 76*80= \begin{array}{r} 6080 \\ + \underline{4} \end{array}$$

Respuesta= **6084**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 2 arriba y 2 abajo
Sumar 4



Números que terminan en 3 y 7:

Ejemplos:

Terminan en 3:

$$3^2=9$$

$23^2 = 20 \times 26 =$	520	$+ \underline{9}$	Multiplicar por sus vecinos que estén 3 arriba y 3 abajo
Respuesta=	529		Sumar 9

$73^2 = 70 \times 76 =$	5320	$+ \underline{9}$	Multiplicar por sus vecinos que estén 3 arriba y 3 abajo
Respuesta=	5329		Sumar 9

Terminan en 7:

$$3^2=9$$

$27^2 = 24 \times 30 =$	720	$+ \underline{9}$	Multiplicar por sus vecinos que estén 3 arriba y 3 abajo
Respuesta=	729		Sumar 9

$77^2 = 74 \times 80 =$	5920	$+ \underline{9}$	Multiplicar por sus vecinos que estén 3 arriba y 3 abajo
Respuesta=	5929		Sumar 9



Números que terminan en 4 y 6:

Ejemplos:

Terminan en 4:

$$4^2=16$$

$$24^2= 20*28= \begin{array}{r} 560 \\ +16 \end{array}$$

Respuesta= **576**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 4 arriba y 4 abajo
Sumar 16

$$74^2= 70*78= \begin{array}{r} 5460 \\ + 16 \end{array}$$

Respuesta= **5476**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 4 arriba y 4 abajo
Sumar 16

Terminan en 6:

$$4^2=16$$

$$26^2= 22*30= \begin{array}{r} 660 \\ +16 \end{array}$$

Respuesta= **676**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 4 arriba y 4 abajo
Sumar 16

$$76^2= 72*80= \begin{array}{r} 5760 \\ + 16 \end{array}$$

Respuesta= **5776**

Multiplicar por sus vecinos
que estén 4 arriba y 4 abajo
Sumar 16



Números que terminan en 5:

(El resultado siempre terminara en 25)

$$5^2=25$$

	15^2		15^2
Para calcular la 1a. parte:		=	$\begin{array}{r} +1 \\ \hline 2 \end{array}$
añadir 1 a las decenas		=	1: (2 x 1) = 2 (1a.Parte)
multiplicar el 2 por la decena		=	2 + <u>25</u> = 225 = Resultado
se juntan			

	35^2		35^2
Para calcular la 1a. parte:		=	$\begin{array}{r} +1 \\ \hline 4 \end{array}$
añadir 1 a las decenas		=	3: (4 x 3) = 12 (1a.Parte)
multiplicar el 4 por la decena		=	12 + <u>25</u> = 1225 = Resultado
se juntan			

	85^2		85^2
Para calcular la 1a. parte:		=	$\begin{array}{r} +1 \\ \hline 9 \end{array}$
añadir 1 a las decenas		=	8: (9 x 8) = 72 (1a.Parte)
multiplicar el 9 por la decena		=	72 + <u>25</u> = 7225 = Resultado
se juntan			

	95^2		95^2
Para calcular la 1a. parte:		=	$\begin{array}{r} +1 \\ \hline 10 \end{array}$
añadir 1 a las decenas		=	9: (10 x 9) = 90 (1a.Parte)
multiplicar el 10 por la decena		=	90 + <u>25</u> = 9025 = Resultado
se juntan			

	105^2		105^2
Para calcular la 1a. parte:		=	$\begin{array}{r} +1 \\ \hline 11 \end{array}$
añadir 1 a las decenas		=	10: (11 x 10) = 110 (1a.Parte)
multiplicar el 11 por la decena		=	110 + <u>25</u> = 11025 = Resultado
se juntan			





Raíz Cuadrada

En el capítulo anterior tratamos con los números al cuadrado, ahora nos toca lidiar con la “odiosa” raíz cuadrada, pero créanme, no tiene nada de odiosa y les prometo que todos sabemos sacar raíces cuadradas, solo que no nos hemos dado cuenta, pero les garantizo que saben calcular raíces cuadradas.

La raíz cuadrada en su forma más sencilla, no es más que una división elevada a una potencia y como toda división, está basada en la resta, por lo que se puede simplificar a una serie de restas. Por lo tanto si ustedes saben restar, ustedes pueden calcular raíces cuadradas

Al igual que la división, que es lo inverso de la multiplicación, la raíz cuadrada es lo inverso de elevar números al cuadrado, por lo que tenemos que invertir el proceso de elevar números al cuadrado, el cual es la sumatoria de números nones consecutivos.

Ya sabemos que los números nones son:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, ... y así sucesivamente.

Ahora debemos restar números nones consecutivos para llegar a la raíz cuadrada. Por lo tanto, si restamos números nones consecutivos estamos calculando raíz cuadrada.

Por lo tanto repetiré la tabla que utilizamos en los números al cuadrado del capítulo anterior.

En resumen, la raíz cuadrada es la resta de números nones consecutivos.



A continuación invertiremos el proceso para poder realizar nuestros cálculos:

Números al cuadrado:

$1 = 1$	$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$1+3=4$	$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$1+3+5= 9$	$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$1+3+5+7=16$	$4^2 = 16$	$\sqrt{16}= 4$
$1+3+5+7+9=25$	$5^2 = 25$	$\sqrt{25}= 5$
$1+3+5+7+9+11=36$	$6^2 = 36$	$\sqrt{36}= 6$
$1+3+5+7+9+11+13= 49$	$7^2 = 49$	$\sqrt{49}= 7$
$1+3+5+7+9+11+13+15=64$	$8^2 = 64$	$\sqrt{64}= 8$
$1+3+5+7+9+11+13+15+17=81$	$9^2 = 81$	$\sqrt{81}= 9$

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cantidad de números nones:

Raíces Cuadradas:

Invirtiendo el proceso obtenemos la siguiente tabla:

$1^2 = 1:$	$1-1= 0$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4:$	$4-1-3=0$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9:$	$9-1-3-5= 0$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16:$	$16-1-3-5-7= 0$	$\sqrt{16}= 4$
$5^2 = 25:$	$25-1-3-5-7-9= 0$	$\sqrt{25}= 5$
$6^2 = 36 :$	$36-1-3-5-7-9-11= 0$	$\sqrt{36}= 6$
$7^2 = 49 :$	$49-1-3-5-7-9-11-13= 0$	$\sqrt{49}= 7$
$8^2 = 64 :$	$64-1-3-5-7-9-11-13-15=0$	$\sqrt{64}= 8$
$9^2 = 81:$	$81-1-3-5-7-9-11-13-15-17= 0$	$\sqrt{81}= 9$

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cantidad de números nones





Ejemplo # 1:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{25} \\
 - \underline{1} \quad 1.-\text{Se empieza restando el 1er. número non} = 1 \\
 24 \\
 - \underline{3} \quad 2.-\text{Así sucesivamente hasta llegar lo más cercano} \\
 21 \quad \quad \text{a cero} \\
 - \underline{5} \quad 3.- \text{Se cuentan los números nones que se restaron} \\
 16 \quad \quad \text{y esa es la respuesta.} \\
 - \underline{7} \quad \text{en este caso se usaron el 1, 3, 5, 7 y 9; para} \\
 9 \quad \quad \text{un total 5 números nones} \\
 - \underline{9} \\
 0 \quad R= 5, \text{ Raíz cuadrada de } 25 = 5
 \end{array}$$

Ejemplo # 2:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,56} \quad \underline{16} \quad 1.- \text{ Se separan los dígitos en pares} \\
 - \underline{1} \quad \downarrow \quad 2.- \text{ Se empieza restando el 1er. número non} = 1 \\
 1 \quad 56 \quad 3.- \text{ Se obtiene la 1ª raíz de } 2 = 1 \text{ se coloca} \\
 2 \times 1 = - \underline{21} \quad 4.- \text{ La 1ª raíz se multiplica x 2 y añadir el 1er.} \\
 135 \quad \quad \text{non.} \\
 - \underline{23} \quad 5.- \text{ Se baja el siguiente par de números} \\
 112 \quad 6.- \text{ Se empiezan las restas sucesivas} \\
 - \underline{25} \quad 7.- \text{ Al llegar a cero se cuentan los números} \\
 87 \quad \quad \text{restados} \\
 - \underline{27} \quad 8.- \text{ Se coloca la 2ª raíz de } 156 = 6 \\
 60 \quad \quad \text{en este caso se usaron el 21, 23, 25, 27, 29 y} \\
 - \underline{29} \quad 31; \text{ para un total de } 6 \text{ números nones.} \\
 31 \\
 - \underline{31} \quad R= 16, r= 0; \quad \text{Raíz cuadrada de } 256 = 16 \\
 0
 \end{array}$$

Ejemplo # 3:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{10,26} \quad \underline{32} \\
 - \underline{1} \\
 \quad 9 \\
 - \underline{3} \\
 \quad \quad 6 \\
 - \underline{5} \\
 \quad \quad \quad 126 \\
 2 \times 3 = 6 \quad - \underline{61} \\
 \quad \quad \quad \quad 65 \\
 - \underline{63} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 2
 \end{array}$$

En esta serie se usaron 3 nones (1, 3 y 5)
 Se baja el 26
 La 1er. raíz (en este caso el número 3) se multiplica por 2.
 y se le añade el primer non. Luego se resta
 Se toma el segundo número non y se le añade a la decena y así sucesivamente, el remanente es parte del resultado.
 En esta 2ª serie se usaron 2 nones (61 y 63) por lo tanto

R = 32, r = 2

$$\text{Raíz cuadrada de } 1026 = 32, r = 2$$

r = remanente, o sea que no es un número cuadrado perfecto, en otras palabras, que tiene fracción





Ejemplo # 3: Método Babilónico

$1^2 = 1$	$\sqrt{17}$	$4^2 = 16$
$2^2 = 4$		$17 - 16 = 1$
$3^2 = 9$		$2 \times 4 = 8 : 1/8 = 0.125$
$4^2 = 16$		$4 + 1/8$
$5^2 = 25$		<u>Resultado = 4.125</u>

$6^2 = 36$	$\sqrt{69}$	$8^2 = 64$
$7^2 = 49$		$69 - 64 = 5$
$8^2 = 64$		$2 \times 8 = 16 : 5/16 = 0.312$
$9^2 = 81$		$8 + 5/16$
$10^2 = 100$		<u>Resultado = 8.312</u>

$12^2 = 144$	$\sqrt{111}$	$10^2 = 100$
$13^2 = 169$		$111 - 100 = 11$
$14^2 = 196$		$2 \times 10 = 20 : 11/20 = 0.55$
$15^2 = 225$		$10 + 11/20$
		<u>Resultado = 10.55</u>

$\sqrt{23}$	$5^2 = 25$
	$23 - 25 = -2$
	$2 \times 5 = 10 : -2/10 = 0.2$
	$5 - 2/10 : 5 - 0.2$
	<u>Resultado = 4.8</u>

$\sqrt{125}$	$11^2 = 121$
	$125 - 121 = 4$
	$2 \times 11 = 22 : 4/22 = 2/11 = 0.18$
	$11 + 2/11$
	<u>Resultado = 11.18</u>

Conclusión

Con esto damos por terminado este pequeño curso, espero que les haya ayudado a perder el miedo a las matemáticas y al mismo tiempo a facilitarles la vida en el mundo de los números.

No olviden que deben de practicar hasta que dominen estas técnicas a la perfección. Con lo cual ganarán exactitud y velocidad en sus cálculos, recuerden que la base de este método es la práctica.

Consideren este sistema como un atajo en la realización de operaciones matemáticas y que lo importante es llegar a un resultado confiable con el menor esfuerzo posible, principalmente cuando no hay una calculadora a la mano.

Me gustaría que este método se impartiera en las aulas de nuestras escuelas de todo el país y en todos los niveles educativos, ya que los primeros grados escolares no sufrirán con el tortuoso método “tradicional” y los grados más avanzados generalmente tienen deficiencias en su metodología, debido a la complejidad y a la gran cantidad de números y tablas a memorizar. Este método, como se demostró, se basa en el entendimiento de los números y la lógica.

El objetivo de este trabajo es que nos ayude a salir del enorme bache educativo en el que nos encontramos desde hace años y que nuestro país mejore su rendimiento académico, principalmente en el área de las matemáticas, para que de esta manera nuestra juventud se acerque más a las carreras técnicas y tecnológicas.

Aún los licenciados, doctores y el resto de los adultos pueden verse beneficiados con este método, entiendo que es difícil dejar los viejos hábitos y costumbres, pues todos manejamos números diariamente, en nuestras compras diarias, en calcular el tiempo, distancias y áreas, etc.

Espero que este libro les resultara entretenido, que hayan aprendido a manejar los números de una manera más fácil, y algo muy importante, hayan ganado confianza en sí mismos a la hora de enfrentar los problemas cotidianos en el día a día.



DEPARTAMENTO
editorialcultural

Lic. Guillermo Narvárez Osorio
Rector

Dr. Luis Manuel Hernández Govea
Secretario de Servicios Académicos

Mtro. Miguel Ángel Ruiz Magdonel
Director de Difusión Cultural

Mtro. Fredys Pérez Ruiz
Jefe del Departamento Editorial Cultural



Esta obra se terminó el 11 de septiembre de 2025, con un tiraje de 1000 ejemplares. Impreso en Grama Studio SA de CV. Morelos 2, La Trinidad, Texcoco, Estado de México. El cuidado de la edición estuvo a cargo del autor y del Departamento Editorial Cultural de la Dirección de Difusión Cultural y el Fondo Editorial Universitario.



UNIVERSIDAD JUÁREZ
AUTÓNOMA DE TABASCO

“ESTUDIO EN LA DUDA. ACCIÓN EN LA FE”



C O L E C C I Ó N

HÉCTOR OCHOA BACELIS

Textos de Enseñanza de Ciencias Básicas